Un protocole pour l'étude d'un processus social de découverte : le jeu Nobel-Eleusis

Sylvain Charron

DEA de Sciences Cognitives

sous la direction de :

Paul Bourgine CREA - École Polytechnique /CNRS

Etienne Koechlin INSERM U483

septembre 2004

Remerciements

Je tiens avant tout à remercier

- Paul Bourgine, Etienne Koechlin et Jean Sallantin pour leur encadrement, leurs conseils et leur soutien,
- David Chavalarias pour ses conseils, son enthousiasme communicatif et l'idée du jeu Nobel,
- Christopher Dartnell pour le travail considérable qu'il a effectué sur le code d'Eleusis, pour toutes ses bonnes idées et pour son accueil à Montpellier,
- Christophe Fagot et l'équipe de Normind pour leur système VIP,
- les joueurs des deux expérimentations qui nous ont permis de tester notre protocole :

  pour l'expérimentation de juin à Paris, Amandine, Coralie, Estelle, Fabienne, Maud, Nicolas, Camille, Karim, Lucas et Sébastien,

  pour l'expérimentation d'août à Montpellier, Lylia, Naylah, Soph, Abdel, Belet, Ben, Duke, Ju, Krrrg, et Raph.
- pour finir, toutes les personnes qui ont rendu cette année de DEA si enrichissante.

Illustration de la couverture :
gravure de John Tenniel pour l'édition originale d'Alice's Adventures in Wonderland de Lewis Carroll.

Résumé

Les développements récents en théorie de l'apprentissage menés par Dana Angluin mettent l'accent sur l'apport de l'interaction entre agents pour l'apprenabilité. Par ailleurs, l'épistémologie, depuis Popper, fonde le processus de découverte sur les activités de proposition de conjectures et de recherche de réfutations. Ces deux activités sont à la base des structures et du fonctionnement d'une communauté scientifique.

Le rapprochement de ces deux points de vue conduit à se poser la question du rôle de cette dimension collective dans un processus de découverte.

Afin de répondre à cette question, nous avons élaboré puis testé un protocole qui permet de simuler sous la forme d'un jeu multi-joueur l'activité de découverte au sein d'une communauté scientifique. Il est formé de la combinaison du jeu Nobel inventé par David Chavalarias pour simuler et étudier les comportements d'agents dans une situation de recherche collective, et du jeu Eleusis inventé par Robert Abbott qui repose sur la découverte par les joueurs d'une règle cachée.

Ce protocole a pour objectif la conduite d'expérimentation et la collecte de données pour l'étude de processus de cognition sociale qui font intervenir différents niveaux d'émergence.

Table des matières

Chapitre 1

Introduction

Angluin a proposé à la fin des années 80 un nouveau modèle pour l'apprentissage supervisé actif d'une classe de concepts à partir d'un nombre fini d'exemples. Dans ce modèle le tuteur et l'apprenti peuvent s'échanger deux types de requêtes

- des requêtes d'appartenance : «Est-ce que cet exemple appartient au concept ?» auxquelles le tuteur répond par «oui» ou «non»,
- des requêtes d'équivalences : «Est-ce que ceci est le concept ?» auxquelles le tuteur répond par «oui» ou un contre-exemple.

Ce modèle permet un apprentissage exact, contrairement à celui de Valiant qui n'utilise que des requêtes d'appartenance et ne permet qu'un apprentissage statistiquement bon.

Angluin s'intéresse ensuite au cas de l'apprentissage par imitation, c'est-à-dire lorsque les connaissances, les capacités cognitives et le mode de communication de l'apprenti comme du tuteur sont limités. Elle démontre alors qu'une boucle d'apprentissage, où l'interaction entre de tels tuteur et apprenti se fait au moyen de requêtes d'appartenance et d'équivalence, réalise un apprentissage à la limite, à la seule condition qu'il n'y ait pas une trop grande différence de complexité entre le tuteur et l'apprenti.

Nous voici donc devant un modèle fondé sur l'interaction, aux hypothèses sobres et qui présente des propriétés émergentes fortes de convergence et de robustesse. De plus, les hypothèses sur lesquelles Angluin a bâti son modèle, comme la condition du théorème, sont typiquement celles que nous attendrions d'un modèle raisonnable des interactions humaines. Tout ceci nous pousse à rechercher un mode d'interaction sociale qui mette en oeuvre ces requêtes. Nous avons en effet l'intuition que son rôle pourrait être central pour la constitution de processus sociaux.

Nous nous intéressons donc au processus de découverte réalisé par une communauté scientifique. Pour juger de la validité d'une découverte scientifique, Popper a remplacé le critère de bonne induction par le critère de résistance à la confrontation avec les faits expérimentaux. Dès lors, l'activité d'une communauté scientifique se partage entre la proposition de conjectures et leurs réfutations, ce qui s'apparente à la question d'une requête d'équivalence et sa réponse. Ce que réalise donc une communauté scientifique, c'est un processus de découverte par requêtes où la Nature répond aux requêtes d'appartenance mais où c'est la communauté elle-même, constituée par un processus d'interaction par publication de conjectures et réfutation, qui répond aux requêtes d'équivalence.

Les questions que nous nous posons alors sont les suivantes :

- Est-ce que l'interaction fondée sur les requêtes d'appartenance et d'équivalence permet le processus de découverte qu'effectue une communauté scientifique ?

- Est-ce qu'un processus de découverte à base de requêtes distribuées sur deux niveaux d'émergence pourrait constituer un paradigme de cognition sociale ?

Afin de répondre à ces deux questions, nous proposons de réaliser un protocole expérimental qui ait l'architecture d'une plate-forme permettant de tester des conjectures relatives à un processus de cognition sociale. Ce protocole prend la forme d'un jeu qui réalise une interaction sous forme de requêtes d'appartenance et d'équivalence et distribue ces requêtes sur deux niveaux d'émergence. Notre jeu, baptisé Nobel-Eleusis, modélise l'activité d'une communauté scientifique et se compose

- d'un module implémentant le processus de recherche d'une loi cachée, il s'inspire du jeu d'induction Eleusis inventé par Robert Abbott
- d'un module implémentant le mode d'interaction entre les joueurs, il s'inspire du jeu Nobel inventé par David Chavalarias.

Nobel est un jeu inspiré d'une conception popperienne de la recherche où n joueurs sont en compétition découvrir un ensemble de lois. Aux événements de publication et de réfutation d'une conjecture est associé un système de rétribution :

- $+P$ pour un joueur qui publie une théorie
- $+R$ pour un joueur qui la réfute, et $-R$ pour celui dont la théorie est réfutée.

Le jeu Nobel a mis en évidence tout un ensemble de comportements au niveau des stratégies des joueurs ainsi que certaines caractéristiques de l'activité de la communauté des joueurs. Nous allons pouvoir nous appuyer sur ces résultats pour valider notre protocole et la pertinence de notre démarche.

Chapitre 2

Le processus de découverte : un paradigme pour la cognition sociale ?

2.1 Les bases du co-apprentissage

2.1.1 L'apprentissage supervisé de concepts

Le type d'apprentissage auquel nous nous intéressons est l'apprentissage supervisé de concepts à partir d'un nombre fini d'exemples. Il met en jeu un apprenti qui cherche à apprendre à partir d'exemples et un tuteur qui donne une information relative aux exemples, au contraire de l'apprentissage non supervisé où l'apprenti est seul face à ses exemples. L'apprentissage supervisé est dit actif lorsque l'apprenti a le choix des exemples qu'il soumet au tuteur. La différence qui existe entre l'apprentissage supervisé et non-supervisé peut s'illuster en comparant l'apprentissage scolaire d'une langue étrangère à l'apprentissage de la langue naturelle pour un enfant. L'apprentissage supervisé de concepts à partir d'un nombre fini d'exemples a été traité de deux façons différentes dans les années 80.

Le modèle de Valiant : La PAC-apprenabilité

Ce modèle est bâti sur une vision statistique de l'apprentissage. Les ensembles d'exemples considérés sont dénombrables, ils sont munis d'une structure d'espace probabilisé : l'environnement de l'apprentissage est un domaine, c'est-à-dire un ensemble d'exemples E muni d'une distribution de probabilités D fixée mais inconnue de l'apprenti. Un concept c de la classe de concepts C est un sous-ensemble de E. l'apprenti cherche à apprendre un concept, ou plus précisément, il cherche un programme qui calcule la fonction caractéristique de ce concept. Ce programme est une représentation du concept.

Pour deviner c l'apprenti tire des exemples indépendamment les uns des autres selon la loi D. L'appartenance ou la non-appartenance des exemples à C est signalée à l'apprenti (les exemples sont étiquetés). Après avoir examiné suffisamment d'exemples, l'apprenti doit formuler une hypothèse, c'est-à-dire proposer une partie C' du domaine consistante avec l'ensemble des exemples tirés. Valiant, motivé par les besoins de la technologie des systèmes experts, emprunte au calcul des probabilités une conception particulière de la convergence, et il adopte la conception du réalisable proposée par la théorie de la complexité. Il impose donc deux contraintes à son modèle qui est désormais connu sous le nom de PAC-apprenabilité [5] (PAC pour le critère d'apprentissage «Probablement Approximativement Correct») :

- La première contrainte est d'ordre statistique et implique que l'apprentissage soit fiable, c'est-à-dire que le modèle apporte des garanties quand au degré d'erreur du système : Plus la taille de l'échantillon grandit, moins le taux d'erreur doit être important.
- La deuxième est algorithmique et impose que l'apprentissage soit rapide. Plus précisément, la convergence vers une hypothèse de faible taux d'erreur doit être rapide.

Dans ce modèle, l'apprentissage est considéré comme une convergence. Ce qui est appris n'est pas la représentation en extension d'un concept, mais un algorithme de reconnaissance d'un concept. L'apprentissage d'une classe de concepts fait appel à une mesure de sa complexité combinatoire. La dimension de Vapnik-Chervonenkis de la classe de concepts permet de fixer le nombre des exemples à apprendre pour ne plus se tromper qu'avec une erreur fixée.

Le modèle d'Angluin : L'apprentissage par requêtes

Le modèle d'apprentissage proposé par Angluin [1] ne se fonde pas sur une vision statistique mais sur une vision algorithmique de l'apprentissage. Une motivation de cette approche est de focaliser sur le processus d'apprentissage lui-même plutôt que sur ce qui est appris. Le domaine E est un ensemble fini non vide. Un concept c est un sous-ensemble quelconque de E, et une classe de concepts C est un ensemble non vide de concepts. Nous pouvons distinguer quelques classes particulières de concepts :

- La classe de tous les sous-ensembles de E, notée 2^E
- La classe des singletons de E, $S(E) = \{\{x_1\}, \{x_2\}, \ldots, \{x_n\}\}$ pour $E = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

Une façon de visualiser un domaine et une classe de concepts est une matrice dont les lignes sont indexées par les concepts, $\{\{c_1\}, \{c_2\}, \ldots, \{c_M\}\}$, et les colonnes par les éléments de E, $\{\{x_1\}, \{x_2\}, \ldots, \{x_N\}\}$ et donc chaque élément vaut

$$\mathcal{M}(i,j) = \begin{cases} 1 \text{ si } x_j \in c_i \\ 0 \text{ si } x_j \notin c_i \end{cases}$$

Voici par exemple la représentation matricielle de la classe de concepts suivante

$$C_0 = \{\{c_1\}, \{c_2\}, c_{\{}3\}, \{c_4\}\}, \text{ où } \begin{cases} c_1 = \{\{x_1\}, \{x_3\}\} \\ c_2 = \{\{x_3\}\} \\ c_3 = \{\{x_1\}, \{x_2\}\} \\ c_4 = \{\{x_1\}\} \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccc} & x_1 & x_2 & x_3 \\ & & & \\ c_1 & 1 & 0 & 1 \\ c_2 & 0 & 0 & 1 \\ c_3 & 1 & 1 & 0 \\ c_4 & 1 & 0 & 0 \end{array} = \mathcal{M}$$

Remarque : Dans une telle matrice, les colonnes (représentant les concepts) sont toutes distinctes, alors que les colonnes n'ont pas besoin de l'être. Les colonnes peuvent cependant être considérées comme distinctes puisqu'il n'y a aucun intérêt à distinguer deux éléments appartenant exactement au même ensemble de concepts. Du coup un domaine et une classe de concepts peuvent être simplement représentés par une relation binaire dont les lignes comme les colonnes sont distinctes. Ceci rend compte de la symétrie des rôles des domaines et des classes de concepts.

L'apprenti cherche à identifier un concept inconnu d'une classe connue de concepts en utilisant deux types de requêtes pour accumuler de l'information sur le concept à trouver. Pour tout $c \subseteq E$ nous définissons deux types de requêtes relatives à c :

Def : **requête d'appartenance**

$$\text{la question est un concept } x \in E$$
$$\text{et la réponse est } \begin{cases} 1 \text{ si } x \in c \\ 0 \text{ si } x \notin c \end{cases}$$

Def : **requête d'equivalence**

la question est un concept $c' \subset E$

$$\text{et la réponse est } \begin{cases} \text{«oui», si } c' = c \\ \text{un contre-exemple } x \text{ de la différence symétrique de } c \text{ et } c', \text{ si } c' \neq c \end{cases}$$

L'utilisation combinée en un algorithme de ces deux types de requête permet l'identification du concept. Par rapport au modèle de VALIANT où le tuteur ne pouvait répondre qu'à une requête d'appartenance, ce modèle permet l'apprentissage exact d'une classe de concepts. Il donne une mesure de la convergence en fonction du nombre de requêtes d'équivalence requises pour une convergence uniforme quand le nombre d'exemples à tester est une fonction polynomiale de la classe de concepts à apprendre. Il est démontré que quelque soit un système de requête utilisé pour obtenir de l'information, il se ramène à ces deux requêtes.

2.1.2 Vers un nouveau paradigme

De l'apprentissage par simulation à l'apprentissage par imitation

Le paradigme des modèles formels d'apprentissage supervisé développés dans les années 90 peut se décrire comme la transmission d'un programme représentant le concept à apprendre entre un tuteur et un apprenti, tous deux modélisés par des machines. La question de l'apprentissage peut alors se transformer en une question de simulation, en effet, si l'apprenti peut simuler le fonctionnement du tuteur, l'apprentissage se limite à la transmission d'un programme du tuteur à l'apprenti.

Les travaux d'ANGLUIN proposent une nouvelle vision de l'apprentissage supervisé en introduisant l'interaction au coeur du processus d'apprentissage [6]. Le point de départ de ces travaux est la constatation que l'apprentissage humain s'effectue avec des agents complexes, différents les uns des autres, aux capacités de modélisation limitées, et ayant une connaissance imparfaite d'eux-même et des autres. De telles contraintes sur les agents - qui se sont pas sans évoquer l'introduction par SIMON de la notion de "rationalité limitée" dans la théorie économique - oblige à un changement de paradigme, la simulation devenant inaccessible aux agents dès que ceux-ci sont confrontés à l'ignorance de leur fonctionnement propre, Dana ANGLUIN tourne alors le dos aux formalismes de l'apprentissage se fondant sur la capacité à simuler et propose un formalisme pour la boucle d'apprentissage intégrant un tuteur et un apprenti fondée sur l'interaction entre ces deux agents. Il s'agit dès lors d'un apprentissage par imitation.

Pour illustrer ce changement d'angle de vue sur l'apprentissage, considérons l'exemple canonique du jonglage. Lorsque quelqu'un apprend à jongler, il n'a qu'une connaissance limitée de la physique expliquant les mouvements des balles et de son corps, et une connaissance encore plus réduite de l'implémentation neuronale des capacités de proprioception dans son cerveau ou celui du tuteur. Il n'en est pas moins possible d'apprendre à jongler en cherchant, sans faire ni de théorie physique, ni de copie de l'organisation des aires cérébrales impliquées dans la proprioception, mais simplement en cherchant à imiter les mouvements faits par le tuteur.

Formalisation de l'apprenti

L'objectif est la formalisation d'un apprenti qui ne connaît pas parfaitement les processus qu'il utilise pour exprimer ses conjectures.

Les fonctions à apprendre sont des fonctions f partiellement définie sur les entiers $\mathbf{N}$.

le Domaine de f est le sous-ensemble sur lequel f est définie

le Graphe de la fonction est un sous-ensemble $\{(x, f(x)) : x \in E\}$ de $E \times N$

un Exemple est un point du graphe

une fonction f étend une fonction g si le graphe de g est une sous-ensemble du graphe de f

la composition h de deux fonctions f et g est une fonction telle que $h(x) = g(f(x))$ si $f(x)$ et $g(f(x))$ sont définies

On se donne une liste dite standard de machine de Turing, notée $t_0, t_1, t_2, \ldots$, où chaque machine particulière calcule une fonction partielle f.

la fonction f n'est pas définie pour les entrées pour lesquelles la machine ne s'arrête pas

les fonctions récursives partielles sont les fonctions partielles calculables par une machine de Turing

Les fonctions récursives totales sont les fonctions calculables par une machine de Turing pour toute entrée.

Dana Angluin propose un modèle d'apprenti sous la forme d'une machine de Turing qui accède à une boîte noire de fonctionnalités.

Le système de programmation est défini comme une suite $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \ldots$ de fonctions récursives partielles contenant toutes les fonctions récursives partielles. La fonction universelle pour ce système de programmation est $u(i, x) = \phi_i(x)$. Le système de programmation est dit universel si la fonction u est une fonction récursive partielle. Une fonction de composition c est une fonction totale telle que pour tout i et j, si $k = c(i, j)$, alors ϕ_k calcule la même fonction que ϕ_i composée avec ϕ_j.

Def : **système programmable universel acceptable** Le système programmable universel est dit acceptable s'il a une fonction de composition récursive. Il est démontré que tous les systèmes de programmation acceptables ainsi définis se simulent mutuellement, ils sont équivalents. De plus, de même qu'il est possible de définir une mesure de complexité pour un système de programmation, il est aussi prouvé qu'il existe une fonction récursive liant la complexité de deux programmes lorsque l'un est la transcription de l'autre dans un système de programmation équivalent.

Def : **Une mesure de complexité adaptée** Si ϕ est un système de programmation universel et ψ est un système de programmation acceptable, alors il existe une fonction récursive totale r dite de transcription telle que pour tout i, $\phi_i = \psi_{r(i)}$. Si ϕ et ψ sont des systèmes de programmation acceptables avec respectivement comme mesure de complexité Φ et Ψ, et si r est une transcription récursive de ϕ en ψ, alors il existe une fonction récursive b dite de liage, telle que pour tout i et pour tout x excepté pour un nombre fini de x, $\Psi_{r(i)}(x) \leq b(x, \Phi_i(x))$

Dans le cas qui nous intéresse, Dana ANGLUIN suppose que pour toute fonction partielle ϕ_i, on dispose d'une fonction Φ_i qui donne la complexité du calcul de ϕ_i et que l'on sait calculer si cette complexité est un nombre entier. Par exemple, la liste standard $t_0, t_1, t_2, \ldots$ de machines de Turing qui est un système de programmation peut être choisie comme étant acceptable, et on peut lui associer comme mesure de complexité les fonctions $T_0, T_1, T_2, \ldots$, où $T_i(x)$ est le nombre de pas de calcul effectués par la i^{ieme} machine de Turing pour x, ou reste indéfini si le calcul ne s'arrête pas.

Def : **La boite noire** L'apprenti est une machine de Turing qui accède à une boîte noire pour exprimer sa conjecture g_j. Dans ce modèle, les fonctionnalités limitées de l'apprenti sont implémentées par cette boîte noire : l'apprenti est capable de produire des conjectures à partir des exemples mais sans avoir accès au programme qui les génère. La boîte noire est un système de programmation acceptable ayant pour chacune des ses fonctions g_j une mesure de complexité G_j. Appelons G un système de programmation acceptable et universel et posons une fonction de comparaison entre les boîtes noires. On dit que G est b-reliée à G' si pour toute conjecture g_i qui étend g'_i, la complexité $G_i(x) \leq b(x, G'_j(x))$ presque partout sur le domaine de G'_j.

La boucle d'apprentissage

La boucle d'apprentissage est constituée de l'apprenti, du tuteur et de l'interaction tuteur-apprenti, cette boucle réalise un apprentissage à la limite.

Def : **Apprentissage à la limite** On suppose que l'apprenti est une machine de Turing M qui cherche à apprendre une fonction récursive partielle. Pour cela il dispose d'un présentation I des exemples. M produit une suite de conjectures en sélectionnant une fonction f_i dans un ensemble f. La suite de conjectures de M converge vers f_j si son dernier élément est f_j et si la suite de conjecture est f_j sauf dans un ensemble fini de places. On dit que M identifie f à la limite de la présentation I si la séquence de conjectures converge vers un f_i qui étend f. On dit que M identifie f à la limite si M identifie f pour toute présentation I. Plus simplement, un apprentissage à la limite est un apprentissage qui, mené sur un nombre fini d'exemples, assure de ne plus se tromper que sur un nombre fini de cas.

Def : **L'apprenti naïf** Etant donné un concept f à apprendre, un apprenti naïf L reçoit des exemples et accède à une boîte noire G qui écrit des conjectures successives sur f. On dit que $L(G)$ apprend f si pour toute présentation partielle Ide f, $L(G)$ apprend f. Soit L un apprenti naïf et G une boîte noire universelle, S un ensemble de fonctions récursives partielles telles que $L(G)$ apprenne S alors il y a une machine inductive $M(G)$ qui apprend D à la limite.

Def : **Le tuteur** Le tuteur T a connaissance de la fonction à apprendre et il utilise cette connaissance pour aider l'apprenti naïf. Le tuteur a la même structure que l'apprenti naïf. $T(G')$ dispose d'une boîte noire G' et il connaît une conjecture g'_i qui étend f.

Def : **La relation tuteur-apprenti** l'interaction tuteur-apprenti se fait uniquement par requêtes d'appartenance et d'équivalence. L'apprenti formule des conjectures à partir des exemples et les soumet au tuteur qui les évalue au regard de la fonction qu'il connaît. Etant donné f, $L(G)$, $T(G')$ et une représentation I de f par une famille d'exemples, et une hypothèse g'_i qui étend f. L a appris de T si :

- pour toute présentation I de f et pour tout index i telles que g'_i étende f, $L(g)$ converge.
- $L(g)$ ne peut apprendre f de $t(g')$ si g' ne contient aucune extension de f.

Théorème [3] Il existe un apprenti $L*$ tel que pour toute fonction récursive $b(x, s)$, il existe un tuteur $T * b$ tels que pour toute boîte noire g' et pour toute boîte noire g b-reliée à g, $L * (g)$ apprenne toutes les fonctions partielles récursives de $T * b(g')$

Remarque : l'apprenti peut être tuteur-résistant (respectivement boîte noire-resistant) s'il ne converge pas incorrectement quelque soit la liste des messages envoyés par le tuteur (respectivement sa boîte noire)
Remarque : ce résultat est très puissant mais ne trivialise pas pour autant l'apprentissage puisqu'on peut montrer qu'il n'y a pas d'apprenti et de tuteur de boîte g et g' tel que $L(g)$ apprenne la fonction constante de $T(g')$ pour toute boîte noire acceptable g.

Ce théorème signifie qu'un apprenti, quelle que soit sa boîte noire de fonctions, s'il est instruit par des instructeurs ayant déjà résolu le problème, et si les fonctionnalités de l'instructeur sont d'une complexité comparable aux siennes sur le plan de la complexité des calculs, parvient, en un nombre fini d'itérations, à une solution ne présentant qu'un nombre fini d'erreurs. La démonstration repose sur l'idée suivante : avec l'information que le tuteur — qui n'est pas trop différent de lui — a pu trouver la solution, l'apprenti peut faire une hypothèse sur la complexité de l'heuristique menant à la solution. Il est alors capable d'effectuer une sélection parmi les heuristiques possibles en éliminant celles qui ne peuvent pas conduire à une solution en considérant une complexité bornée, liée à l'estimation de l'écart qui existe entre les fonctionnalités du tuteur et les siennes.

2.2 Un paradigme pour la cognition sociale

L'apport majeur de ce modèle pour la cognition sociale tient dans le changement d'objet considéré comme réalisant l'apprentissage. Dans ce modèle, l'apprentissage n'est plus le fait d'un individu mais de deux individus en interaction. Ce changement de paradigme permet de focaliser l'attention sur l'interaction qui est le noyau de cette entité apprenante. Nous pouvons alors nous demander en quoi cette interaction fondée sur les requêtes d'appartenance et d'équivalence peut être utile pour expérimenter sur les systèmes sociaux. Dans ce modèle d'un apprentissage par imitation, seuls deux individus sont pris en compte mais tout l'intérêt de l'approche d'Angluin est d'avoir fondé ce modèle sur les limites cognitives de l'apprentissage. et d'avoir exposé un protocole d'interaction à la fois sobre et générique qui permette de dépasser ces limitations. La puissance de cet apprentissage a minima fondé sur les requêtes est d'avoir des propriétés fortes [7] qui ne sont pas sans rappeler celle des systèmes complexes sociaux, eux aussi fondés sur l'interaction entre agents.

- Le théorème d'Angluin exprime la robustesse du système et la condition nécessaire à la convergence est peu exigeante : l'apprenti et le tuteur ne doivent pas être trop différents. Cette condition n'est pas dénuée de sens lorsque l'on considère un système social

- L'apprentissage réalisé est un apprentissage à la limite. Ce type d'apprentissage est typiquement celui que réalise un enfant lors de l'acquisition du langage.
- La convergence de l'apprentissage n'est pas signalée par un arrêt, bien qu'il s'agisse d'un modèle algorithmique, mais par un cycle présentant une stationnarité. Ceci s'explique parce que la structure qui permet l'apprentissage est un système d'interaction.

Ces constatations nous amènent à considérer que le modèle d'apprentissage proposé par Angluin pourrait être une bonne incitation à rechercher des systèmes sociaux qui réalisent de la même façon que le tuteur et l'apprenti un système d'interaction à base de requêtes, mais avec un plus grand nombre d'agents.

2.3 Principe de réfutation et processus de découverte

Depuis que Popper a mis la vérité hors de portée de la science, l'activité d'une communauté scientifique se partage entre la proposition de conjectures sur des lois de la nature et la recherche de contraditions expérimentales permettant leur réfutation. Ce que réalise alors une communauté scientifique est typiquement une impémentation à un niveau social de l'interaction par requêtes.

2.3.1 Les fondements de l'épistémologie popperienne

À l'étude de l'origine des connaissances et de l'induction, Popper substitue donc le principe de réfutation qui du même coup change le rapport que nos théories peuvent avoir avec la vérité. Dès lors, les théories ne peuvent jamais être prouvées vraies, elles en peuvent qu'être réfutées ou corroborées. La différence entre vérité et corroboration apparaît clairement dans le passage suivant :

> au lieu de débattre de la « probabilité » d'une hypothèse, nous devrions essayer d'évaluer les tests, les épreuves, qu'elle a passés, c'es à dire son aptitude à survivre en résistant aux tests. Bref, nous devrions essayer d'estimer jusqu'à quel point elle a été corroborée [8].

Le fait d'être corroboré est une évaluation logique relative à un système d'énoncés et de faits expérimentaux. Alors qu'on pourrait dire d'un énoncé qu'il est vrai en soi, un énoncé ne peut pas être corroboré en soi, il l'est obligatoirement par rapport à un système de référence. Ainsi l'étude de la corroboration remplace l'évaluation des théories dans un cadre temporel et permet de faire des assertions à propos d'un système changeant — ce qui est le cas pour l'ensemble des connaissances scientifiques — sans pour autant s'exposer à une contradiction logique. La contrepartie de ce système est que la vérité n'est plus un but que l'on peut espérer atteindre, puisque quand bien même nous l'aurions atteinte, nous pourrions l'ignorer. Elle doit néanmoins être conçue comme un principe régulateur. Elle structure l'évolution des connaissances scientifiques en freinant le développement des branches dont elle est absente. Si l'on adopte cette vision des choses, la méthode scientifique ne consiste pas tant à s'assurer des sources des connaissances qu'à confronter les théories au monde réel en les soumettant à des tests afin de choisir celle qui se défend le mieux dans la compétition avec d'autres théories

> celle qui, par la sélection naturelle, prouve qu'elle est la plus apte à survivre [8].

La démarche du savant peur alors être interprétée en fonction de ce qui vient d'être dit :

> Un savant, qu'il soit théoricien ou praticien, propose des énoncés et les teste pas à pas. Dans le domaine des sciences empiriques plus particulièrement, il bâtit des hypothèses

ou des systèmes théoriques et les soumet à l'épreuve de l'expérience par l'observation et l'expérimentation [8].

2.3.2 L'interaction dans la communauté scientifique

Un processus de découverte est un cas générique d'apprentissage à partir d'exemples mais il s'agit d'un apprentissage inductif. Le processus de découverte effectué par communauté scientifique est cas d'apprentissage inductif dont la supervision est effectuée par la Nature. Mais comme la thèse de Popper l'a mis en évidence, outre cet apprentissage inductif effectué par les individus, ce que réalise une communauté scientifique, c'est l'implémentation d'une interaction fondée sur une requête d'équivalence à l'échelle de la communauté. Nous pouvons aisément constater que la publication correspond à la question d'une requête d'équivalence dont la réfutation est la réponse négative et dont l'absence de réfutation est la réponse positive. Ce que réalise donc une communauté scientifique, c'est une structure à deux niveaux d'émergence qui permet de réaliser un système d'apprentissage par requête où le tuteur capable de répondre à la requête d'équivalence est constitué par la communauté elle-même, c'est-à-dire l'entité crée au niveau meta par les chercheurs et l'interaction correspondant à la requête d'équivalence.

De plus le cas d'une communauté scientifique est intéressant à mettre en relation avec le modème d'Angluin puisqu'il est raisonnable de considérer qu'elle respecte par nature la condition nécessaire à la réalisation d'un apprentissage : les chercheurs n'ont pas des complexités — entendre des capacités cognitives — très différentes. Pour aller plus loin, nous pouvons aussi remarquer que les chercheurs d'une communanuté scientifique ont fonctionnalités différentes, c'est-à-dire des façons de générer leurs conjectures différentes. Cela rend compte par exemple du fait que les chercheurs d'une communauté scientifique proviennent de disciplines différentes qui n'ont pas développé les mêmes approches pour l'étude d'un même objet. le modèle de découverte scientifique nous semble pouvoir servir à définir un paradigme de la cognition sociale puisque des individus semblables aux fonctionnalités limitées constituent, au moyen d'un protocole d'interaction minimal, un système à deux niveaux d'émergence réalisant une fonction inaccessible à un individu isolé.

Puisque nous proposons l'apprentissage social à base de requêtes distribuées sur deux niveaux d'émergence comme un paradigme de cognition sociale, nous proposons de monter un protocole d'expérimentation qui aurait une double fonction :

- vérifier que l'intéraction fondée sur les requêtes d'appartenance et d'équivalence joue un rôle central dans un processus de découverte effectué par une communauté scientifique
- constituer la base d'une plateforme opérationnelle de test pour les hypothèses relatives à la cognition sociale.

Chapitre 3

Le protocole de jeu Nobel-Eleusis

3.1 Conception du protocole

3.1.1 Le jeu : Protocole et plate-forme

Objectifs

Nous nous sommes fixé comme but de réaliser un protocole qui a déjà l'architecture d'une plate-forme permettant d'expérimenter en «conditions contrôlées» un processus de cognition sociale. Le paradigme que nous avons présenté dans le chapitre qui précède va servir de noyau pour sa conception. Ce protocole a pour objectif de tester le lien entre interaction fondée sur des requêtes et processus de découverte collective, et pour ambition de servir d'expérience pilote pour la plate-forme de test pour la cognition sociale. Nous proposons donc de réaliser un jeu multi-joueur qui modélise l'activité de découverte scientifique et dont le socle est constitué des deux points essentiels du paradigme : l'interaction à base de requêtes et la distribution des types de requêtes sur plusieurs niveaux d'émergence. Ce dernier point est essentiel, c'est parce que nous pouvons contrôler expérimentalement le type de requête pour chaque niveau d'émergence que nous considérons que le jeu permet l'étude de la cognition sociale.

Attentes relatives à la plate-forme

Le jeu pourra avoir le statut d'une plate-forme de test que s'il remplit au moins les conditions suivantes.

expérimentation contrôlée Le jeu doit être conçu du départ afin que les paramètres de la cognition sociale soient contrôlés par l'expérimentateur :

- les actions des joueurs, ce qui permet d'isoler précisément les comportements que l'on souhaite observer
- l'environnement cognitif des joueurs, notamment les croyances et les informations susceptibles de modifier ces croyances
- les modalités du protocole d'interaction, ceci afin de permettre l'étude expérimentale de l'émergence réalisée par le système social.

adaptabilité Le jeu doit être facilement adaptable à tout un ensemble de paradigmes expérimentaux portant sur différents aspects des processus de découverte en lien avec la cognition individuelle et sociale.

portabilité Le jeu doit pouvoir être mis en preuve dans différentes conditions d'expérimentation sans que ses capacités n'en soient diminuées.

sur les données Le jeu doit permettre la collecte de données relative à ces paramètres sous une forme adaptée au traitement que l'expérimentateur souhaite effectuer.

Aspects informatiques

La réalisation du jeu a été faite au LIRMM (Laboratoire d'Informatique de Robotique et de Micro-électronique de Montpellier). C'est elle qui permet d'assurer les trois dernières conditions. Le jeu est lié à deux applications :

- un système multi-agent original développé au LIRMM qui assure la gestion correcte des actions que peuvent faire les agents dans les environnements de déploiement où ils évoluent [4].
- une interface de web-service qui assure la condition de portabilité puisque le jeu peut être joué à partir d'un ordinateur disposant d'une connection et d'un navigateur internet.

Le programme du jeu proprement dit ne fait qu'envoyer des requêtes à travers l'interface web-service à ce système multi-agent, c'est dans la conception des requêtes dans le jeu que la condition d'expérimentation contrôlée peut être assurée.

3.1.2 Le jeu Nobel-Eleusis

Nous cherchons à étudier l'aspect social du processus de découverte . Le jeu qui nous allons réaliser va donc intégrer ces deux aspects et répondre aux conditions énoncées ci-dessus. Le principe du jeu est de séparer sur deux niveaux d'émergence les deux types de requêtes. Le jeu est composé d'un module permettant l'interaction et d'un module implémentant le processus de découverte individuel. Chacun des deux modules a été adapté à partir d'un jeu pré-existant, le jeu Nobel pour l'interaction et le jeu d'Eleusis pour le processus de découverte. Nous pouvons donc nouc appuyer sur certains résultats mis en évidence sur chacun de ces jeux lorsque nous interpréterons les données issues du jeu résultant, baptisé Nobel-Eleusis.

Les jeux originaux

Présentation du jeu Nobel Nobel [2], inventé par David Chavalarias en 1997, est un protocole de jeu à n-joueurs permettant de reproduire une situation de recherche collective. Son objectif scientifique est de recueillir des données sur les comportements humains dans de telles situations de recherche sous différentes conditions. Ce jeu s'appuie sur une conception popperienne de la recherche scientifique selon laquelle, l'activité d'une communauté de chercheurs consiste en la formulation de conjectures et la pratique de la réfutation. Un protocole consiste en :

- un ensemble de lois et un mode d'organisation de joueurs en compétition pour deviner un ensemble de «lois». Ces lois sont des énoncés formulés dans un langage connus des joueurs. Ceux-ci peuvent faire des expériences pour tester leur théorie courante relative à une loi. Chaque expérience fournit un résultat positif ou négatif selon que le test est ou non conforme à la loi.
- chaque joueur peut à tout moment publier sa théorie courante relative à une loi ou encore un exemple falsifiant une loi publiée. Ces deux types de publication deviennent alors connaissance commune. Celles-ci peuvent alors être réutilisées par chacun des joueurs dans leurs recherches.

- un ensemble de récompenses/pénalités : P pour l'auteur de chaque théorie qui n'est pas falsifiée à la fin du jeu, $-R$ pour l'auteur d'une théorie qui a été falsifiée au cours du jeu et $+R$ pour l'auteur d'un exemple qui falsifie une théorie proposée. Le joueur qui a obtenu le gain maximum au bout d'un temps fixé, connu des joueurs, remporte le prix «Nobel» N.

Quelques remarques a priori peuvent être faites sur la structure des gains de ce jeu. Maximiser les gains totaux (y compris le prix final) équivaut logiquement à maximiser les gains de la partie. Il s'ensuit que les comportements ne changent pas avec la valeur de N et dépendent seulement de P et R. Différents modes d'organisation des joueurs sont possibles et différentes situations de recherches sont compatibles avec de protocole

Du point de vue de la cognition individuelle, ce type de protocole permet d'une part d'étudier les mécanismes d'abduction de théories et de formation de réseaux de collaborations scientifiques ; d'autre part d'étudier la façon dont les joueurs résolvent le compromis exploration/exploitation auquel ils sont confrontés lorsqu'ils doivent estimer le nombre de tests nécessaires avant publication. Du point de vue de la cognition sociale, ce type de jeu met en évidence l'influence du paramètre P/R sur les dynamiques des processus de découverte collective. Il est alors possible d'étudier en laboratoire le compromis exploration/exploitation au niveau de la communauté entre vitesse de découverte d'un ensemble de 'lois' et fiabilité du corpus des théories acceptées. Par ailleurs, ce protocole met également en évidence les processus d'émergence de normes dans la pratique scientifique (détermination des temps moyens de recherche et importance accordée à la vérification de théorie publiées). L'influence du paramètre P/R sur ces processus peut alors être étudiée expérimentalement.

Présentation du jeu Eleusis Eleusis[1] est un jeu de carte inventé par Robert Abbott en 1956 et modifié en 1973. Le but du jeu est de trouver la règle cachée par un des joueurs qui définit les conditions d'enchaînement des cartes qui pourront être jouées au cours de la partie.

- Les règles du jeu original : Le «Donneur», encore appelé «la nature», est la personne qui distribue les cartes et qui élabore une règle que les autres joueurs devront trouver. Cette règle cachée définit simplement la suite des cartes correctes pouvant être jouées au cours de la partie. Un exemple évident de règle est « alterner les couleurs de façon à toujours jouer une carte rouge après une noire, et une carte noire après une rouge ». La règle secrète ne peut en aucun cas dépendre d'autre chose que des cartes jouées. Pour lancer la partie, le Donneur place sur le tapis trois cartes acceptables selon sa règle. Les «chercheurs» sont les participants du jeu qui essaient de trouver la règle cachée par le donneur. Pour y parvenir, chaque chercheur va, à son tour de jeu, placer une carte sur le tapis à la suite de celles qui y sont déjà. Le Donneur accepte alors ou non la carte selon qu'elle vérifie ou non la règle qu'il a choisi. Si la carte est acceptée, elle est placée à la droite de la dernière carte jouée sur la «séquence principale» des cartes correctes qui s'allonge ainsi de gauche à droite. Si elle est refusée, elle reste visible sur le plateau, mais elle est placée en-dessous de la dernière carte jouée, sur une colonne qui s'allonge de haut en bas de façon à signaler les cartes qui, dans ce contexte-ci, ont été refusées. Le chercheur ayant commis une erreur est pénalisé de deux cartes de plus dans son jeu. Le vainqueur est le chercheur qui se débarrasse le premier de toutes ses cartes.
- les règles du jeu modifié : Lorsqu'un chercheur pense avoir trouvé la règle secrète, il peut se déclarer Sage si c'est son tour et qu'il n'y a pas déjà un autre Sage. Le Sage arrête de jouer

[1]Eleusis est le nom d'une ville grecque célèbre dans l'antiquité pour ses mystères (culte secret initiatique) consacrés à la déesse Demeter. Une épreuve symbolique de l'initiation aurait été un labyrinthe souterrain.

et prend alors les prérogatives du Donneur. Chaque fois qu'une carte ou une suite est jouée, le Sage proclame «vrai» ou «faux». Le Donneur entérine ou contredit l'affirmation du Sage. Si le Sage a raison, le jeu se poursuit, mais si le Sage a tort, il est destitué et reprend le jeu comme chercheur. Le Donneur lui distribue cinq cartes de pénalité et il ne peut plus se déclarer Sage jusqu'à la fin de la partie. Après la destitution du Sage, le Donneur reprend ses anciennes prérogatives. Lorsqu'un Sage joue le rôle du Donneur, il n'y a pas de cartes de pénalité pour le chercheur jouant une carte refusée. Le but de cette exemption est d'encourager les chercheurs à jouer de manière inhabituelle, même délibérément de façon incorrecte, pour essayer de destituer le Sage.

Au commencement d'une partie, le choix de la carte à jouer se fait sur la base d'informations insuffisantes et nécessairement au hasard. Au fur et à mesure que la partie avance, la disposition des cartes donne de plus en plus d'informations qui vont faciliter la découverte de la règle. Le jeu original illustre la méthode inductive et le jeu modifié modélise plus précisément la découverte scientifique.

3.2 Présentation du jeu Nobel-Eleusis

3.2.1 Introduction

Le jeu Nobel-Eleusis est composé de deux modules

- le module Eleusis est un jeu inductif de découverte d'une loi cachée régissant un environnement.
- le module Nobel est un jeu d'interaction entre les joueurs de n jeux d'Eleusis.

Principe du jeu : les joueurs jouent dans différents environnements qui sont des «mondes de cartes [2]». Chaque environnement est un jeu d'Eleusis, il est régi par une loi de transition qui restreint la façon dont une carte peut succéder à une autre. Chaque joueur cherche à découvrir les lois de transition des différents environnements. Un joueur qui pense avoir découvert une théorie satisfaisante de la loi peut la publier. Si un joueur trouve un contre-exemple à la théorie proposée, il peut la réfuter. Aux évènements de publication et de réfutation d'une théorie sont attribués des gains et des pertes. La fin du jeu correspond à la découverte par la communauté d'une description collectivement acceptée pour tous les environnements, c'est-à-dire lorsque les théories publiées ne sont plus modifiées par les joueurs ; le joueur qui possède alors le score le plus élevé remporte le «prix Nobel».

3.2.2 Le module Eleusis

Le module Eleusis a pour objectif la découverte d'une loi de transition (succession de deux cartes) entre les cartes d'un jeu classique de 52 cartes. Cette version diffère légèrement du jeu original d'induction inventé par le mathématicien Robert Abbott.

Principe du jeu Un environnement est décrit par l'ensemble de ses éléments qui sont les 52 cartes d'un jeu classique et par la donnée d'une loi qui définit les transitions permises dans cet environnement (quel type de carte peut être posé après quel type de carte). Un joueur cherche à découvrir cette loi dite «loi de transition».

[2] Pour se faire une idée imagée de ce que peut être un monde de carte, on peut penser à la cour de la Reine de Cœur dans le roman de Lewis Carroll, Alice au Pays des Merveilles

Définitions

Nous notons E l'ensemble des 52 cartes à jouer d'un jeu classique occidental et $x_n : x \in E, n \in \mathbb{N}$ une carte jouée à la position n.
Nous reviendrons dans l'Annexe A sur la formalisation fine de la loi de transition $\mathcal{R}$. Pour l'instant, nous nous contentons de savoir que la loi de transition peut s'écrire comme une disjonction de transitions permises.

Def : **Transition permise** Chaque transition permise est de la forme

$$concept^{n-1}(x_{n-1}) \wedge concept^n(x_n), \forall x \in E, \forall n \in \mathbb{R}$$

où $concept^n$ est la conjonction d'un prédicat portant sur le rang de la carte et d'un prédicat portant sur la couleur de la carte

$$concept(x) = Predicat_{rang}(x) \wedge Predicat_{couleur}(x)$$

Nous définissons les ensembles disjoints de mots suivants :

$$\mathfrak{R} = \{As, Deux, Trois, Quatre, Cinq, Six, Sept, Huit, Neuf, Dix, Valet, Dame, Roi, Impaire, Chiffre, Figure, SansRang\}$$
$$\mathfrak{C} = \{Coeur, Carreau, Pique, Trefle, Rouge, Noire, SansCouleur\}$$
Nous notons $\mathfrak{A}^\star = \mathfrak{R} \cup \mathfrak{C}$

Nous définissons un prédicat portant sur le rang d'une carte comme la fonction booléenne :

$$Predicat_{rang} : E \otimes \mathfrak{R} \rightarrow \{0, 1\}$$

$\forall Rang \in \mathfrak{R}$ nous notons pour la suite du mémoire $Rang(x)$ le prédicat $Predicat_{rang}(x, Rang)$

Nous définissons ensuite chacun des prédicats portant sur le rang d'une carte :

$$\begin{aligned}
&As(x)\\
&Deux(x)\\
&\vdots\\
&Roi(x)\\
&Impaire(x) = As(x) \vee Trois(x) \vee Cinq(x) \vee Sept(x) \vee Neuf(x)\\
&Paire(x) = Deux(x) \vee Quatre(x) \vee Six(x) \vee Huit(x) \vee Dix(x)\\
&Chiffre(x) = Impaire(x) \vee Paire(x)\\
&Figure(x) = Valet(x) \vee Dame(x) \vee Roi(x)\\
&SansRang(x) = Chiffre(x) \vee Figure(x)
\end{aligned}$$

Nous définissons de la même façon un prédicat portant sur la couleur d'une carte :

$$Predicat_{couleur} : E \otimes \mathfrak{C} \rightarrow \{0, 1\}$$

$\forall Couleur \in \mathfrak{C}$ nous notons pour la suite du mémoire $Couleur(x)$ le prédicat $Predicat_{couleur}(x, Couleur)$

Nous définissons ensuite chacun des prédicats portant sur la couleur d'une carte :

$$\begin{aligned}
&Coeur(x)\\
&Carreau(x)\\
&Pique(x)\\
&Trefle(x)\\
&Rouge(x) = Coeur(x) \vee Carreau(x)\\
&Noire(x) = Pique(x) \vee Trefle(x)\\
&SansRang(x) = Rouge(x) \vee Noire(x)
\end{aligned}$$

Remarque : l'avantage d'utiliser des cartes à jouer comme support du jeu de découverte en plus de donner un aspect ludique au protocole, permet aux joueurs de travailler avec des catégorisations (cf Annexe B) assez saillantes de l'ensemble des cartes. Il est tout de même important de signaler que le jeu classique de carte occidental est un stimulus assez compliqué. Il ne serait pas inutile de simplifier le jeu de carte utilisé pour des expérimentations ultérieures.

Exemple d'une transition permise exprimée en langage naturel puis en langage logique :

- langage naturel : «Une carte Sans Rang et Pique est suivie d'une carte Figure et Rouge»
- langage logique : $(SansRang(x_{n-1}) \wedge Pique(x_{n-1})) \wedge (Figure(x_n) \wedge Rouge(x_n))$

Cela signifie que toute carte pique ne peut être suivie que d'une carte à la fois Figure et Rouge. Ainsi lorsque le joueur pose une carte pique dans la séquence principale, il ne pourra poser comme carte après elle que de l'une des cartes suivantes : Valet de Cœur, Dame de Cœur, Roi de Cœur, Valet de carreau, Dame de Carreau, Roi de Carreau.

Remarque : une transition permise est une relation orientée et la place des deux cartes n'est pas intervertible. Ainsi l'évaluation de la transition pour «Neuf de Pique suivi d'As de Cœur» n'est pas la même que pour «As de Cœur suivi de Neuf de Pique». Pour justifier cette forme de relation, nous pouvons considérer que le jeu modélise la découverte scientifique où l'on considère que l'on observe les effets de causes maîtrisées, et que les effets suivent toujours les causes.

Def : **Loi de transition $\mathcal{R}$** Une loi de transition peut s'écrire sous une disjonction de transitions permise, c'est-à-dire comme une disjonction de conjonctions.

$$\boxed{\mathcal{R} = \bigvee_{k \in [\![1,\ldots,p]\!]} concept_k^{n-1}(x_{n-1}) \wedge concept_k^n(x_n), \forall x \in E, \forall n \in \mathbb{R}}$$

Exemple d'une loi de transition

Expression en langage naturel :

> une carte Sans Rang et Pique est suivie d'une carte Figure et Rouge
> une carte Sans Rang et Trèfle est suivie d'une carte Sans Rang et Rouge
> une carte Sans Rang et Rouge est suivie d'une carte Sans Rang et Noire

Expression en langage logique :

$$\left| \begin{array}{l} \quad (SansRang(x_{n-1}) \wedge Pique(x_{n-1})) \wedge Figure(x_n) \wedge Rouge(x_n)) \\ \vee \\ \quad (SansRang(x_{n-1}) \wedge Trefle(x_{n-1})) \wedge SansRang(x_n) \wedge Rouge(x_n)) \\ \vee \\ \quad (SansRang(x_{n-1}) \wedge Rouge(x_{n-1})) \wedge SansRang(x_n) \wedge Noire(x_n)) \end{array} \right.$$

Remarque : du fait de la ditributivité du $\wedge$ est du $\vee$ par rapport l'un à l'autre, il peut y avoir différentes expressions d'une même loi.

3.2.3 Évaluation d'une transition entre deux cartes

Dans un environnement qui est régi par une loi de transition[3] la succession de deux cartes est évaluée selon les règle de la logique propositionnelle classique. Si la succession formée par deux cartes vérifie au moins une des transitions permises de la loi de transition, la carte posée est acceptée. Dans le cas contraire, la carte posée est refusée.

Remarque : nous avons choisi de laisser au joueur le choix de la toute première carte, c'est-à-dire la première carte posée en position 1. Cette carte est toujours acceptée, puisqu'il faut au moins deux cartes pour pouvoir évaluer une transition. Cela signifie que contrairement au jeu d'Eleusis original, le biais d'apprentissage n'est pas imposé. Ce paramètre peut être utilisé lors d'expérimentations portant plus précisément sur le rôle des biais dans l'apprentissage et sur l'évolution des heuristiques de découverte.

Avec l'exemple de loi de transition explicité plus haut, après un Neuf de Pique, un As de Coeur est refusé alors qu'un Roi de Carreau est accepté :

Evaluation de l'As de Coeur comme successeur du Neuf de Trefle

$$\left| \begin{array}{l} \quad ((SansRang(9\spadesuit) \wedge Pique(9\spadesuit)) \wedge (Figure(As\heartsuit) \wedge Rouge(As\heartsuit)) : \text{Faux} \\ \vee \\ \quad ((SansRang(9\spadesuit) \wedge Trefle(9\spadesuit)) \wedge (SansRang(As\heartsuit) \wedge Rouge(As\heartsuit)) : \text{Faux} \\ \vee \\ \quad ((SansRang(9\spadesuit) \wedge Rouge(9\spadesuit)) \wedge (SansRang(As\heartsuit) \wedge Noire(As\heartsuit)) : \text{Faux} \end{array} \right.$$

Le résultat de l'évaluation est donc Faux, la carte As de Cœur est refusée, elle n'est pas un successeur de la carte Neuf de Pique pour l'environnement considéré.

Evaluation du Roi de Carreau comme successeur du Neuf de Trefle

$$\left| \begin{array}{l} \quad ((SansRang(9\spadesuit) \wedge Pique(9\spadesuit)) \wedge (Figure(Roi\diamondsuit) \wedge Rouge(Roi\diamondsuit)) : \text{Vrai} \\ \vee \\ \quad ((SansRang(9\spadesuit) \wedge Trefle(9\spadesuit)) \wedge (SansRang(Roi\diamondsuit) \wedge Rouge(Roi\diamondsuit)) : \text{Faux} \\ \vee \\ \quad ((SansRang(9\spadesuit) \wedge Rouge(9\spadesuit)) \wedge (SansRang(Roi\diamondsuit) \wedge Noire(Roi\diamondsuit)) : \text{Faux} \end{array} \right.$$

[3] l'ensemble des éléments d'un environnement étant par définition toujours l'ensemble des 52 cartes d'un jeu classique, on peut quasiment considérer qu'un environnement est défini par la donnée de sa loi de transition et indistinctement parler de l'environnement ou de la loi

Le résultat de l'évaluation est donc Vrai, la carte Roi de Carreau est acceptée, elle est un successeur de la carte Neuf de Pique pour l'environnement où la transition «Une carte Sans Rang et Pique est suivie d'une carte Figure et Rouge» s'applique.

Les règles du jeu d'Eleusis

Règle 0 du jeu : Dans un environnement donné, pour trouver la loi de transition, le joueur ne dispose que d'une action : poser une carte de son choix à la position de son choix.
Le jeu fournit un retour à cette action : la transition formée par la carte posée et la carte la précédant est évaluée au regard de la loi de transition. La carte posée est alors validée ou invalidée comme successeur de la carte précédente.

Def : **Position d'une Carte** Sur l'interface de jeu, les cartes sont disposées en ligne et en colonne. nous définissons un repère dont l'unité est la carte et l'origine la première carte posée qui permet repérer toute carte sur l'interface par un couple (colonne,ligne), colonne $\in \mathbb{R}$ et ligne $\in \mathbb{Z}$ On définit les coordonnées de la première carte posée comme (1,0). Les cartes sont jouées à une position donnée. On entend par position le numéro de la colonne où la carte est jouée.

L'implémentation de la réponse du système à l'action du joueur est un stimulus visuel simple :

- Une carte validée comme successeur d'un carte x_{n-1} est entourée en vert (on la dira «verte» pour simplifier) et disposée sur le tapis de jeu en $(n, y), y \geq 0$, c'est à dire dans la séquence principale ou au dessus.
- Une carte invalidée comme successeur est alors entourée en rouge (on la dira «rouge» pour simplifier). Sur le tapis de jeu, elle est disposée sous la séquence principale, en $(n, y), y < 0$

Def : **Séquence principale** On appelle séquence principale les carte $x_{(x,0)\forall x \in \mathbb{N}}$ C'est une série de cartes qui se construit par récurrence au cours du jeu :

- La première carte posée est la première carte de la séquence principale
- La première carte acceptée comme successeur de cette première carte posée est la seconde carte de la séquence principale
- $\vdots$
- La première carte validée comme successeur d'une carte située à l'extrémité de la séquence principale devient la nouvelle carte située à l'extrémité de la séquence principale.

Visuellement, la séquence principale est repérée sur le tapis de jeu par des petites flèches rouges qui servent aussi à rappeler aux joueurs que la relation $\mathcal{R}$ est orientée.

Règle 1 du jeu : un joueur ne peut tester une carte que comme successeur d'une carte verte, c'est-à-dire validée comme successeur d'une autre carte validée comme successeur d'une autre carte ... validée comme successeur de la première carte posée.

Règle 2 du jeu : Toutes les transitions incluant une carte de séquence principale auxquelles participe la carte jouée sont évaluées en fonction de la loi transition.

Toutes les évaluations relatives à une carte Lorsqu'une carte x_n est jouée,

1. la transition $\mathcal{R}(x_{n-1,0}, x_n)$ est évaluée.
2. - si x_n ne vérifie pas $\mathcal{R}(x_{n-1,0}, x_n)$, elle est marquée comme refusée donc placée en $(n, k), k \in \mathbb{Z}^-$.
   - si elle vérifie $\mathcal{R}$, elle est marquée comme acceptée, placée en (n, k) : $k \in \mathbb{N}^{*+}$ et la carte subit de nouveaux tests
3. les transitions incluant une carte de la séquence principale sont évaluées
4. - si k=0, toute les transitions $\mathcal{R}(x_{n-1,j}, x_{n,k}) : j \in \mathbb{N}^{*+}$ sont évaluées. $\forall i > 0 : R(x_{n-1,i}, x_{n,k})$ ne soit pas vérifiée, la carte située en $(n-1, i)$ est entourée en orange, (on se réfèrera pour la suite à ces cartes par le terme «orange» pour plus de commodité).
   - si $k \neq 0$ et si $\exists x_{n+1,0} \in E$, la transition $R(x_{n,k}, x_{n+1,0})$ est évaluée et si elle n'est pas vérifiée, la carte $x_{n,k}$ devient orange.

Remarque :

- le statut «verte» ou «rouge» et le signe du numéro repérant la ligne où est placée la carte est toujours le résultat de l'évaluation de la transition qu'elle forme avec la carte de la séquence principale qui la précède.
- le statut «orange» d'une carte est toujours le résultat de la validité de la transition qu'elle forme en tant que prédécesseur de la carte de la séquence principale située à la position suivante

3.2.4 Le module Nobel

Présentation

Principe du Jeu Le jeu Nobel est un protocole d'interaction entre les joueurs. Les joueurs interagissent uniquement par l'intermédiaire des évènements de publications de théories des lois de transition et de réfutation de ces théories. La publication d'une théorie et la publication d'une réfutation sont une instanciation de la requête d'equivalence au niveau de la communauté scientifique. La publication d'une théorie propose le résultat du processus individuel de découverte quant à l'objet découvert, elle correspond à la question d'une requête d'équivalence. Le système social engendré par le processus d'interaction ne peut que donner la réponse négative à la requête d'équivalence sous la forme d'un contre-exemple invalidant la théorie. Il n'y a jamais de réponse positive à la question de la requête d'équivalence, mais cela revient au même que de considérer que la réponse est positive tant qu'il n'y a pas de réfutation. À ce protocole d'interaction, le jeu Nobel associe un système de rétribution qui permet d'établir des scores liés aux évènements de publication et de réfutation :

- $+P$ pour un joueur qui publie une théorie
- $+R$ pour un joueur qui la réfute, et $-R$ pour celui dont la théorie est réfutée.

Ce système de rétribution est un paramètre de contrôle du système social puisque l'objectif d'un joueur est de maximiser son score à l'horizon du jeu.

Règle du jeu Nobel Les lois de transition des environnements peuvent avoir trois états ; «théorie non-publiée», «théorie publiée», «théorie réfutée». Au début du jeu, toutes les lois sont dans l'état «théorie non-publiée». Lorsqu'une théorie d'une loi est publiée, la loi passe dans l'état «théorie publiée». Lorsque la théorie d'une loi est réfutée, la loi passe dans l'état «théorie réfutée». L'état des connaissances relatives à chaque monde est à tout instant connaissance commune à l'ensemble des joueurs.

Dans notre protocole, on ne peut réfuter la théorie que d'une loi qui est dans l'état «publiée» et on ne peut publier une théorie d'une loi que si elle est dans l'état «non-publiée» ou «réfutée». Nous utilisons en fait une épistémologie plus proche de celle de Lewis que de celle Popper puisque la réfutation est indépendante de la re-publication d'une théorie. Cependant, nous ne permettons pas pour autant à plusieurs réfutations d'être publiées sur une même théorie, ceci afin de ne pas diluer les phénomènes que l'on souhaite observer.

Les évènements d'interaction

Les évènements d'intéraction sont les publications des théories et des réfutations. Ils sont le seul mode d'intéraction permis aux joueurs lors d'une expérimentation. La publication d'une théorie comme d'une réfutation d'une théorie s'accompagnent du basculement de l'environnement d'un état à un autre (de «théorie publiée» à «théorie réfutée», par exemple) et de la mise à jour du journal des publications et des scores pour les joueurs. Une publication d'un joueur dans la communauté scientifique est signalée au niveau de l'interface par un pop-up qui s'affiche sur les écrans de tous les joueurs et les oblige à cliquer dessus pour pouvoir continuer à jouer. Ce mécanisme permet de s'assurer que les événements sont connaissance commune à l'ensemble des joueurs constituant la communauté scientifique.

Théorie d'une loi de transition Un joueur qui estime avoir découvert la loi de transition d'un environnement peut publier sa théorie dans la communauté des joueurs.
Une publication est la donnée d'une théorie de la loi de transition. Elle comporte

- le nom de la loi à laquelle elle se rapporte, le nom du joueur
- la formulation de la loi de transition en un langage connu et compris par tous les joueurs
- la séquence principale générée au cours de ses test par le joueur

Réfutation d'une théorie Un joueur qui a repéré un contre-exemple pour une théorie peut en publier une réfutation.

- le nom de la loi à laquelle elle se rapporte, le nom du joueur
- un contre-exemple : deux cartes formant une transition, c'est-à-dire jouées à des positions consécutives dont l'une au moins appartient à la séquence principale pour lesquelles l'environnement renvoit une évaluation différente de celle de la théorie publiée.
- le rappel de la ou des transition(s) permise(s) de la théorie publiée non trivialement invalidée(s) par le contre-exemple.

Remarque : lorsqu'une théorie est publiée, elle ne peut être réfutée que deux cas :

- lorsque la théorie ne satisfait même pas au contraintes sur la nature des lois de transition, notamment lorsqu'un joueur publie une théorie qui n'est pas une fonction complète. Il est alors très facile de réfuter une telle théorie puisque l'existence dans le jeu des cartes non mentionnées par la théorie l'invalide.
- lorsqu'une prédiction selon une théorie de l'évaluation d'une transition entre deux cartes ne correspond pas à l'évaluation faite par la loi dans l'environnement.

Remarque : il existe deux types de contre-exemples :

- une transition non valide selon la loi (le successeur est «rouge» ou le prédécesseur «orange») est dite valide par la théorie. Ceci peut entre autres être causé par une théorie pas assez spécifique
- une transition valide selon la loi (deux cartes non «rouges», soit deux cartes «vertes» ou une carte verte et un successeur «orange») est dite non valide par la théorie. Ceci peut entre autres être causé par une théorie trop spécifique.

La re-publication La loi d'un environnement pour dans l'état «théorie réfutée» peut faire l'objet d'un nouvelle publication, dont le procédé est identique à la première publicaiton.

Exemple

loi de transition d'un environnement (inconnue des joueurs)

> une carte Sans Rang et Pique est suivie d'une carte Figure et Rouge
> une carte Sans Rang et Trèfle est suivie d'une carte Sans Rang et Rouge
> une carte Sans Rang et Rouge est suivie d'une carte Sans Rang et Noire
> une carte Figure et Carreau est suivie d'une carte Dame et Sans Couleur

Théorie sur la loi de transition de cet environnement publiée par un joueur

> une carte Sans Rang et Rouge est suivie d'une carte Sans Rang et Noire
> une carte Figure et Noire est suivie d'une carte Figure et Rouge
> une carte Chiffre et SansCouleur est suivie d'une carte Sans Rang et Rouge

Contre-exemple et réfutation Si un joueur voit apparaître au cours des ses tests sur le même environnement un contre-exemple comme ceux qui suivent, il peut réfuter la théorie publiée :

- $\mathcal{R}(\text{Roi}\diamondsuit, \text{Dame}\heartsuit)$: Vrai
  elle réfute la théorie publiée et plus précisément la transition permise
  > une carte Rouge est suivie d'une carte Noire
- $\mathcal{R}(8\spadesuit, 2\heartsuit)$: Faux
  elle réfute la théorie publiée et plus précisément la transition permise
  > une carte Chiffre et Sans Couleur est suivie d'une carte Sans Rang et Rouge

Vers une nouvelle théorie Un joueur peut prendre en compte l'information supplémentaire sur la loi de transition contenue dans la réfutation et l'utiliser pour effectuer des tests en vue d'une re-publication d'une théorie de cette loi.

Le Système de rétribution

Les choix d'un système de rétribution doit être choisi relativement au protocole, dans notre cas, pour permettre d'observer le jeu social.

- $R/P < 1$, comportement non scientifique. les joueurs qui cherchent à maximiser leur score n'ont aucun intérêt à faire autre chose que publier le plus rapidement possible n'importe quelle théorie. Le jeu ne se terminerait pas sauf à l'épuisement des joueurs.

- $R/P > 1$: Comportement scientifique puisque rationnellement les joueurs cherchent ont intérêt à publier des théories qui ne soient pas falsifiées. Nous nous attendons à observer un ajustement du nombre de coups joués avant publication lié au au risque pris de se faire réfuter.
  * $R/P > 1$ et fort : Plus R/P est grand, moins un joueur peut rationnellement prendre de risque à la publication et moins il joue collectivement. Le jeu n'a plus d'intérêt pour l'étude d'un processus fondé sur l'interaction entre les joueurs. Le jeu revient à une situation où des joueurs cherchent chacun dans leur coin et ne publient que des théories dont ils sont presque certains (après un nombre conséquent de coups, voire après avoir atteint les 2704 tests différents qui permettent de connaitre exactement la loi de transition). Nous pouvons nous attendre à ce que les joueurs recherchent en quelques coups les lois dont il peuvent penser pouvoir trouver le plus rapidement une théorie puis exploiter profondément chaque théorie en commençant par celles estimées les plus simple. Dans ce type de jeu, le statut de la réfutation est affaibli à partir du moment où chaque joueur peut considérer que les théories publiées ne sont pas falsifiables. Ceci dit, cette constatation conduit immédiatement à l'idée qu'il est possible de bluffer à la publication. Typiquement le jeu se déroulerait ainsi : chaque joueur teste le plus rapidement possible à fond chaque loi, tant qu'elle n'est pas publiée, dans l'ordre issu de la phase d'exploration. Dès qu'une théorie est publiée, chaque joueur vérifie qu'il ne s'agit pas d'un bluff ce qui ne coûte pas beaucoup en nombre de coups.
  * $R/P > 1$ et faible : Dans ces gammes de valeur, nous nous attendons à observer les comportements les plus intéressants pour l'étude d'un processus social de découverte.

Voici le système de rétribution pour que nous avons choisi pour le protocole :

- publication d'une théorie : $+1$
- réfutation d'un théorie : $+2$ pour le joueur qui publie la réfutation,
-2 pour le joueur qui avait publié la théorie réfutée.
- auto-réfutation : -1

Remarque : ce dernier cas correspond à un joueur qui réfute une des théories qu'il a précedemment publiées. S'il était alors soumis au régime général de rétribution, il pourrait accumuler un point à chaque auto-réfutation. Comme ceci peut perturber le jeu, nous avons fait en sorte qu'un joueur qui s'auto-réfute retourne à l'état où il était avant ses recherches, il est donc pénalisé par le temps passé pour l'obtention d'un gain nul.
Remarque : le système dans son état de développement au moment de l'expérimentation n'était pas robuste face aux fausses réfutations, nous avons donc rajouté une pénalité de -5 aux joueurs afin de les motiver à ne pas profiter de cette faille du jeu.

Exemple :

1. initialisaiton : (A,0) (B,0)
2. A publie une théorie : (A,1) (B,0)
3. B réfute la théorie de A : (A,-1) (B,2)
4. A re-publie une théorie : (A,0) (B,2)
5. A s'auto-réfute : (A,-1) (B,2)

6. A publie une théorie : (A,0) (B,2)
7. B réfute la théorie de A : (A,-2) (B,4)

Information sur le déroulement du jeu

Chaque joueur a accès à deux types d'information :

Information publique

- l'état du jeu est visible dans la frame de gauche où tous les environnements sont classés selon leur état : loi dont aucune théorie n'a été publiée, loi dont une théorie est publiée, loi dont une théorie est réfutée. Une théorie publiée ne peut plus être publiée mais peut être réfutée par tout joueur. Il suffit pour ce faire de publier une transition dont l'évaluation infirme la théorie publiée.
- Les publications et réfutations sont consultables dans le journal des publications de la communauté des joueurs. Ce journal est accessible par liens hypertextes depuis l'interface de jeu. Une icône suivant le nom des environnements pour lesquels une théorie a été publiée ou réfutée permet de visualiser les entrées du journal des publications relatives à cet environnement.
- Les gains ainsi que le nombre de cartes posées avant publication en moyenne et pour le ou les joueurs au meilleur score (y compris les cartes posées pour une précédente publication ou pendant la phase de réfutation) sont donnés dans la frame information aux joueurs pour qu'ils aient une vue d'ensemble du jeu.

Information privée Outre l'historique de ses coups joués qui sont persistants dans chaque tapis de jeu relatif à un environnement, chaque joueur connait son gain cumulé instantané tout au long du jeu.

3.2.5 L'interface du jeu

(cf Annexe B)
L'interface est composée de 4 frames[4] :

- Deux frames de jeu permettent de tester des cartes pour trouver une loi dans un environnement
  - La frame principale
  - La frame de sélection

  Deux frames d'information permettent à un joueur de suivre le déroulement du jeu social.
  - La frame d'état du jeu
  - La frame des scores

[4]une frame est le terme désignant une aire indépendante d'une interface web lorsque celle-ci est scindée en plusieures aires fonctionnelles

L'organisation de l'interface de jeu

La frame d'état du jeu Cette frame liste tous les environnements dans un tableau permettant de repérer facilement l'état des recherches pour chaque environnement. Elle permet aux joueurs d'avoir constamment sous les yeux cette information sur le jeu social, notamment lors de la sélection d'un environnement ce qui permet de penser que ce choix se fera en prenant en compte son état. Lorsqu'un joueur clique sur le nom d'un environnement, il fait apparaître dans la frame principale un tapis de jeu relatif à cet environnement (le nom de l'environnement est écrit en haut du tapis pour éviter toute confusion). Au cours du jeu les noms des environnements passent automatiquement d'une case à l'autre du tableau au fur et à mesure des publications et réfutations. Cette frame est identique pour tous les joueurs. Elle permet donc à chacun de suivre l'évolution du jeu collectif. En haut de la frame, un lien permet de consulter le journal de publications qui liste dans l'ordre chronologique toutes les publications faites par tous les joueurs. De plus, en regard du nom des environnements qui ont fait l'objet d'une publication ou d'une réfutation, une icône permet l'ouverture d'un mini journal de publication relatif à l'environnement seul et qui liste dans l'ordre chronologique l'ensemble des théories et des réfutations publiées pour sa loi de transition.

La frame de sélection La frame de selection qui présente les 52 cartes organisées en un tableau dont les lignes sont la couleur et les colonnes les rangs, ce qui permet aux joueurs de repérer et facilement sélectionner les cartes dans une catégorie voulue. Par contre, les cartes sont diposées par chiffre croissant, il serait peut-être plus pertinnent de regrouper les cartes paires et les cartes impaire.

Jouer une carte revient à effectuer les deux actions suivante séquentiellement

- cliquer sur une des 52 cartes ce qui fait apparaître en exergue la carte sélectionnée précédée de la mention « Votre sélection ».
- choisir dans la frame principale la position à laquelle on veut jouer cette carte sélectionnée.

La frame principale C'est la frame où l'on joue. Elle a deux fonctions, Tapis de Jeu et Editeur, qui permettent de tester des transitions en jouant des cartes afin de trouver une théorie ou la réfutation d'une théorie publiée pour la loi de transition d'un environnement puis d'éditer une théorie ou une réfutation avant de la transmettre à la communauté formée de l'ensemble des joueurs.

Le Tapis de Jeu permet la visualisation des coups joués et de leurs résultats, ce qui permet aux joueurs de conserver sous une forme synthétique l'historique de tous les coups joués dans chaque environnement. Sur le Tapis de Jeu, un joueur pose une carte choisie à une position précise du jeu afin de tester la validité de la ou des transitions auxquelles cette carte participe. Une carte sélectionnée se joue en cliquant à une position en cliquant sur le point d'interrogation situé au sommet de la pile des cartes jouées à cette position. Par défaut, si aucune carte n'a encore été jouée à cette position, le point d'interrogation est au bout de la séquence principale.

Remarque : tous les coups joués sont gardés en mémoire pour tous les environnements dans lesquels joue un joueur. Ainsi chaque joueur peut à tout moment sélectionner un environnement dans la frame d'Etat du Jeu et retrouver le tapis de jeu pour cet environnement exactement dans l'état dans lequel il l'avait laissé.

Remarque : les cartes sont sélectionnables sur le tapis de jeu afin de permettre à un joueur de publier un contre-exemple. Pour éviter les problèmes pouvant intervenir au moment de cette sélection, à chaque fois qu'une carte est sélectionnée, la sélection regroupe la ou les deux cartes appartenant à la séquence principale qui sont évaluées avec la carte sélectionnée au sens de la loi de transition.

L'Editeur permet une saisie facile respectant la formulation standard des publications et les réfutations. Une fois qu'un joueur a une théorie de la loi (ou un contre-exemple invalidant une théorie), il peut la publier. Il lui faut passer par une interface permettant une formulation standard des publications (cf Annexe B).

Les informations écrites dans cet éditeur sont traitées et affichées dans une page html : le journal des publications. Le système informatique traite les informations recueillies à partir de l'éditeur de la façon suivante : envoi d'un message saillant sous forme de pop-up à chaque joueur, mise à jour de la frame d'état du jeu, mise à jour du journal des publications, mise à jour des scores et des informations de la frame des scores.

La frame des scores donne aux joueurs en temps réel des informations personnelles et des informations sur les autres joueurs. Nous avons ainsi choisi de représenter dans cette frame le score ainsi que la moyenne du nombre de coups joués avant publication relativement au joueur et au(x) joueur(s) ayant le score le plus élevé. Les informations qui apparaissent dans cette frame sont censées donner au joueur des moyens d'évaluer sa stratégie par rapport aux performances des autres joueurs. Il est évidemment possible de faire apparaître dans cette frame tout type d'information pertinent pour un joueur relativement à un protocole expérimental.

Chapitre 4

Premiers résultats expérimentaux

L'objectif que nous nous étions fixé pour ce protocole était de réaliser un système opérationnel qui permette de tester des hyptothèses relatives à la cognition sociale. Nous avons mis en place un protocole pour l'étude du processus social de découverte, le jeu Nobel-Eleusis, puis nous l'avons testé à deux reprises dans le cadre d'une expérimentation. Si le premier test ne fut pas convaincant, le second nous permet de présenter des premiers résultats encourageants. Nous souhaitions dans un premier temps parvenir à observer précisément l'influence réciproque des comportements aux différents niveaux d'émergence réalisés par le protocole. L'enjeu était aussi de proposer des pistes pour la conception de méthodes d'exploitations des données recueillies, orientée vers l'analyse de tels phénomènes.

4.1 Expérimentations

4.1.1 Conditions expérimentales

Nous avons procédé à deux tests de notre protocole dans les conditions suivantes :

- communauté scientifique composée de 10 joueurs (âgés de 22 à 34 ans, presque tous étudiants) entraînés pendant environ 2 heures, jouant par l'intermédiaire de l'interface web sur autant de machines en réseau.
- univers comprenant 34 environnements régis par des lois différentes et de difficulté variables. Le nombre d'environnements est calibré pour que l'expérimentation dure environ 2 heures.

4.1.2 Problèmes rencontrés

Les deux expérimentations ont dû être interrompues avant la fin du jeu. La première, effectuée en juin au CREA a été interrompue au bout de 20 minutes de jeu pour cause de problèmes de réseau, d'instabilité puis de plantages répétés du serveur hébergeant le jeu. Les instabilités du serveur ont fait que plus de la moitié des actions de jeu ont été perdues, ce premier test n'a pas permis d'obtenir des données exploitables. La seconde expérimentation, effectuée le 11 août au LIRMM s'est parfaitement déroulée pendant 40 minutes avant de devoir être interrompue afin de régler les erreurs générées par des fausses réfutations. Le jeu a pu reprendre ensuite mais plusieurs publications avaient été perdues et l'attribution des publications aux joueurs était perturbée. Nous donc avons arrêté le jeu 20 minutes après la reprise. Cette fois, même si le jeu n'a pas pu être conduit à son terme, nous avons recueilli 66 minutes de jeu exploitable. Ces données vont nous permettre de présenter des premiers résultats et leurs interprétations.

4.1.3 Premières constatations

La première constatation que nous avons pu faire sur le jeu lors des deux expérimentations est que les joueurs ont été enthousiasmés par le jeu bien que le prix «Nobel» n'ait pas pu être attribué. Cet effet montre que le jeu est cognitivement stimulant et ouvre la possibilité de conduire d'autres expérimentations pour étudier la nature des rétributions autres que celles intégrée au jeu (P, R, N) mais prises en compte par les joueurs. Ce premier résultat nous montre aussi qu'il faudra faire attention lors de l'interprétation des temps d'arrêt au fait que les joueurs ne se comportent pas comme s'ils ne faisaient qu'évaluer l'espérance de gain liée au système de rétribution. Il faudrait pour bien être capable d'annuler cet effet, notamment en augmentant le prix final si l'on veut tester les hypothèses du modèle Nobel.

Un autre point à souligner pour l'exploitation des résultats est que nous expérimentons sur des joueurs novices.

4.2 Principe de l'exploitation des données

L'exploitation des résultats doit se faire en tenant compte du fait que l'on observe un processus social. Nous avons recueilli deux types de données : les données relatives aux publications et les données relatives aux coups joués par les joueurs. Ces deux données sont obtenues à la fin du jeu sous la forme de logs (fichier textes). Ces données doivent nous permettre d'observer les comportements

- au niveau de la communauté : dynamique du processus social de découverte, effet de la requête d'équivalence
- au niveau des joueurs : mise en place et évolution de stratégies relatives au jeu interactif, lien entre stratégies et heuristiques de découverte

Nous nous attendons à pouvoir observer l'influence mutuelle de ces comportements.

4.3 Résultats au niveau de la communauté

4.3.1 Résultats attendus

La première chose que nous souhaitons observer au niveau de la communauté des joueurs est la découverte progressive de l'univers constitué des mondes de cartes.

4.3.2 Méthode d'exploitation des résultats

Traitement des données

Principe A partir des théories et des lois exprimées en langage naturel mais très proche d'une expression en logique propositionnelle, nous voulons obtenir une forme permettant le calcul d'un indice de performance. Nous traduisons donc les lois et théories de leur écriture logique en écriture matricielle. Pour ce faire, nous avons conçu un script Shell faisant appel

- à des scripts en Perl pour l'extraction des chaines de caractère dans les fichiers issus html générés par l'interface web-service du système informatique

- à des programmes en C pour la conversion en matrice, les opérations matricielles et la comparaison des matrices.

Nous avons choisi ces programmes afin de pouvoir pour la suite des expérimentations automatiser le traitement des données au niveau du serveur de l'application. Une application de la construction automatique des matrices au fur et à mesure du jeu est la vérification de la validité des réfutations. La représentation matricielle permet aussi de calculer aisément la distance entre les théories publiées et les lois auxquelles elles se rapportent au cours du jeu. Ceci permet la tenue d'une information globale du niveau de connaissance de la communauté et donc de la dynamique du processus social de découverte.

Méthode d'analyse des données

Principe Nous souhaitons suivre au cours du jeu la dynamique d'évolution d'un indice de performance de la communauté scientifique. Pour ce faire, nous avons choisi un indice qui puisse rendre compte de l'évolution des connaissances de la communauté et aussi caractériser le comportement d'une communauté scientifique. Nous pouvons imaginer que la performance d'une communauté scientifique soit un compromis entre la qualité des publications et la vitesse de convergence vers la fin du jeu. En effet, rechercher la publication de théories proches des lois conduit les joueurs à une phase de recherche individuelle approfondie avant de publier leurs théories.

Distance de Hamming entre la théorie et la loi L'indice de performance est la mesure de la distance de Hamming entre la loi et la théorie qu'en fait un joueur. Cette distance est calculée à partir de l'expression matricielle de la loi et de sa théorie. Par défaut, la distance est définie à 2704=52x52 lorsqu'aucune théorie n'a été publiée. Afin d'étudier plus préceisément les différences entre les théories publiées et les lois, nous calculons deux distances partielles :

- le nombre de faux négatifs, c'est-à-dire de cas où la théorie est plus spécifique que la loi.
- le nombre faux positifs, c'est-à-dire de cas où la théorie est plus générale que la loi,

La distance, d ainsi que les deux distances partielles d_+ et d_- sont calculées selon la formule suivante.

$$\mathcal{D} : \mathfrak{M}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

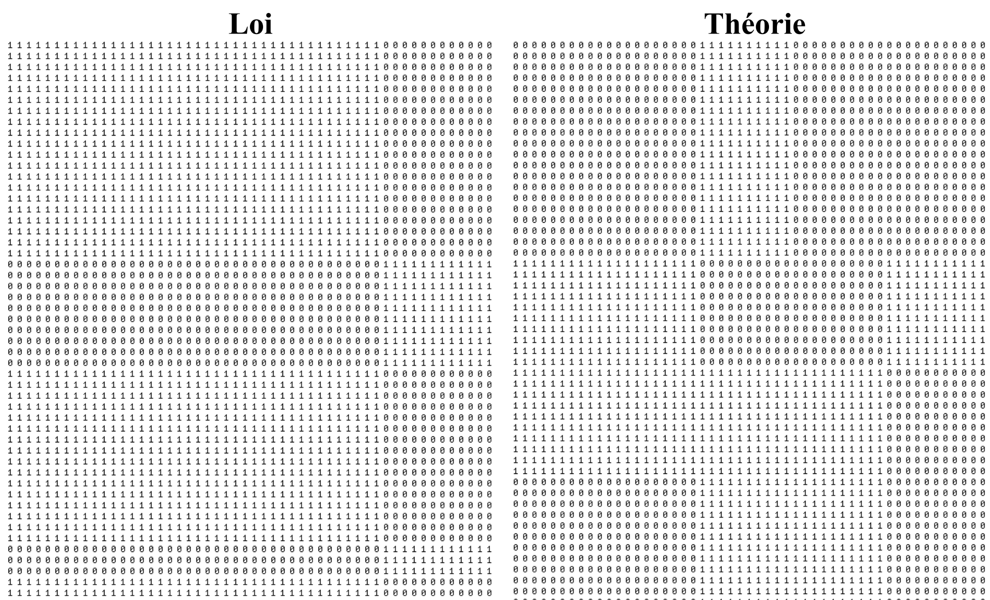
$$\mathcal{D}_{theorie}(\mathcal{R}_{theorie}) = (d, d_+, d_-) : \begin{cases} d = d_- + d_+ \\ d_+ = \sum_{i,j} d \ , \ d = \begin{cases} 1 \text{ si } \mathcal{M}_{theorie}(i,j) > \mathcal{M}_{loi}(i,j) \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \\ d_- = \sum_{i,j} d \ , \ d = \begin{cases} 1 \text{ si } \mathcal{M}_{theorie}(i,j) < \mathcal{M}_{loi}(i,j) \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \end{cases}$$

Exemple de conversion Expression simplifiée de la loi en logique propositionnelle (fichier texte)

```
pique→ figure
trefle→ chiffre
coeur→ chiffre
carreau→ chiffre
```

Théorie de la loi (fichier HTML) :

Matrices de la loi et de sa théorie :



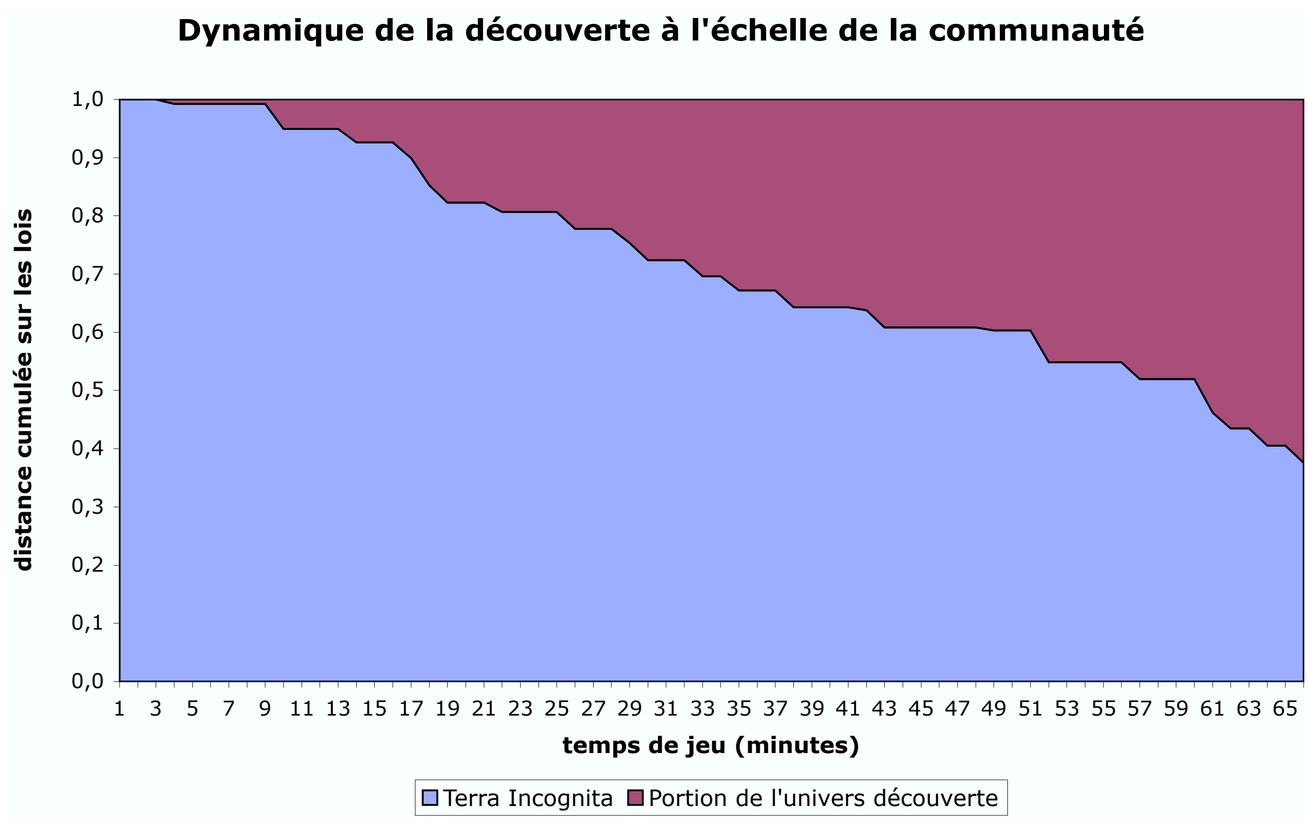
Ligne relative à cette théorie dans le fichier des distances :

```
fuchsia_joueur10, distance = (1076,+260,-816)
```

4.3.3 Resultats

Nous avons calculé la distance pour toutes les publications puis tracé la distance cumulée en fonction du temps afin de caractériser le comportement de la communauté (cf Annexe C pour un agrandissement).

```
aconit_joueur8, distance = (2010,+9,-2001)
lilas_joueur1, distance = (1104,+544,-560)
cyclamen_joueur2, distance = (338,+30,-308)
bleuet_joueur5, distance = (592,+0,-592)
azalee_joueur6, distance = (204,+0,-204)
aster_joueur9, distance = (0,+0,-0)
fuchsia_joueur10, distance = (1076,+260,-816)
rose_joueur1, distance = (8,+0,-8)
amaryllis_1-joueur9, distance = (720,+540,-180)
ancolie_joueur8, distance = (20,+0,-20)
amaryllis_2-joueur9, distance = (720,+540,-180)
lotus_1-joueur3, distance = (480,+0,-480)
lis_joueur2, distance = (0,+0,-0)
asphodele_joueur9, distance = (169,+169,-0)
aubepine_1-joueur5, distance = (480,+0,-480)
marguerite_joueur10, distance = (16,+0,-16)
aubepine_2-joueur5, distance = (0,+0,-0)
heliotrope_1-joueur2, distance = (6,+0,-6)
lotus_2-joueur3, distance = (0,+0,-0)
jonquille_joueur5, distance = (208,+104,-104)
colchique_joueur6, distance = (208,+104,-104)
glaieul_joueur2, distance = (0,+0,-0)
iris_joueur3, distance = (0,+0,-0)
anemone_joueur10, distance = (96,+0,-96)
eglantine_joueur6, distance = (249,+130,-119)
heliotrope_2-joueur2, distance = (0,+0,-0)
giroflee_joueur9, distance = (0,+0,-0)
begonia_joueur5, distance = (0,+0,-0)
```



4.3.4 Interprétations

Dynamique du processus social de découverte

Allure de la découverte Nous pouvons aisément observer sur le graphe la décroissance attendue. Il y a bien une découverte sociale de l'univers (c'est-à-dire des différents mondes). Tout l'intérêt maintenant est de pouvoir la caractériser, et, si possible, la lier aux comportements stratégiques des joueurs. Nous observons dans le cas de notre protocole une découverte quasiment linéaire au cours du temps. Pour aller un peu plus loin dans la comparaison et la caractérisation des performances de la communauté, nous pouvons aussi lui associer des temps caractéristiques afin de rendre compte du compromis nécessaire entre qualité des publications et rapidité de la découverte. Dans notre cas, le jeu étant calibré pour durer environ deux heures, nous avons : 25% de la distance à la connaissance complète — ou au moins socialement acceptée — de l'univers parcouru en 30 minutes, et 50% à la 61ème minute. Nous pouvons aussi définir la vitesse de découverte $\mathcal{V}$ comme la dérivée de la distance cumulée normalisée par le temps de jeu normalisé. où t_{jeu} est les temp de jeu total et, n étant le nombre d'environnements (ou mondes), $d_{max} = nCard(E)$ Dans notre cas, la vitesse de découverte est 1, elle est pratiquement constante sur les 66 minutes de jeu. Pour interpréter ce résultat somme toute partiel, il faudrait pouvoir le comparer à la dynamique de la découverte avec d'autres processus de découverte, et avec les dynamiques d'autres comportements sociaux.

Convergence Etant donné que le processus de découverte est une fonction bornée dans ce modèle où l'univers est entièrement découvrable, cette borne est l'état où tout est connu, marqué par une distance cumulée sur les environnements nulle. Au vu de notre dynamique de la découverte à l'échelle de la communauté, pour un rapport $R/P = 2$, nous pouvons proposer la conjecture que le processus social de découverte est une fonction décroissante, au moins statistiquement, de la distance cumulée, et qu'elle converge donc. Il est dommage que nous n'ayons pas pu aller jusqu'à la fin du jeu pour voir plus finement la convergence au moment où elle devient intéressante. Comme le jeu s'arrête lorsqu'il y a stabilité de l'ensemble des théories publiées, il serait intéressant d'observer à quelle distance s'établit le consensus social sur la qualité de la recherche.

Découverte et R/P Nous devrions observer des allures de cette courbe d'évolution des distances cumulées différentes avec des rapports R/P différents. Nous avons déjà discuté rapidement de l'influence du paramètre R/P au niveau des stratégies des joueurs, nous pouvons considérer que ce paramère permet l'ajustement des comportements entre les joueurs et la commuanuté. Il pourrait donc être utilisé plus de façon plus spécifique dans des protocoles expérimentaux qui s'intéresserait à ce niveau de la cognition sociale où se jouent les compromis entre les performances de la société et celles des individus.

Effet des requêtes d'équivalences

Nous avons deux cas de re-publication après une réfutation qui, comme la réponse d'une requête d'équivalence, fournit assez d'information avec un contre-exemple pour que la théorie soit rafinée. Il faudrait que le jeu se prolonge pour que l'on puisse en observer un plus grand nombre.

```
7:07 pub_aubepine_1-joueur5Group.wg.txt
Figure^Noire->Chiffre^Noire
Figure^Rouge->Chiffre^Rouge
Chiffre^Rouge->Figure^Noire
Chiffre^Noire->Figure^Rouge
aubepine_1-joueur5, distance = 480 : +0-480

7:09 ref_aubepine_joueur7Group.wg.txt
Valet^Pique -> Dix^Carreau

7:14 pub_aubepine_2-joueur5Group.wg.txt
Figure^SansCouleur->Chiffre^SansCouleur
```

```
Chiffre^SansCouleur->Figure^SansCouleur
aubepine_2-joueur5, distance = 0 : +0-0

7:15 pub_heliotrope_1-joueur2Group.wg.txt
SansRang^Noire->SansRang^Rouge
SansRang^Coeur->Figure^Noire
SansRang^Carreau->SansRang^Noire
heliotrope_1-joueur2, distance = 6 : +0-6

8:22 ref_heliotrope_joueur1Group.wg.txt
Valet^Coeur -> Roi^Trefle -> Valet^Pique

8:33 pub_heliotrope_2-joueur2Group.wg.txt
SansRang^Noire->SansRang^Rouge
SansRang^Coeur->Figure^Noire
SansRang^Carreau->SansRang^Noire
Figure^Trefle->Valet^SansCouleur
heliotrope_2-joueur2, distance = 0 : +0-0
```

Ces deux cas sont très différents, le premier est un cas de théorie sur-spécifique que la réfutation permet de généraliser et le second un cas de limite basse de découverte que la réfutation permet de dépasser. Nous pouvons proposer la conjecture que l'effet des requêtes d'équivalence sur la dynamique de la découverte est d'empêcher l'apparition de paliers liés aux biais de la découverte individuelle ce qui, en plus d'accélerer la convergence, devrait avoir un effet sur la distance à laquelle s'établit le consensus à la fin du jeu. Nous pouvons interpréter l'apport de l'interaction dans le processus social de découverte comme une façon de contourner les différents biais inhérents à l'activité de découverte individuelle.

- biais liés à l'histoire personnelle du joueur dans le jeu. Si on interprète le jeu comme un Q-learning, on ne peut pas assurer que le résultat de l'apprentissage, temps d'arrêt et heuristiques de découverte, soit optimal.
- biais liés à la séquence des cartes posées, les joueurs peuvent prendre différents chemins de découverte de la loi dans les treillis suivant les catégorisations faites sur les premières cartes. Nous pouvons alors voir le rôle d'une réfutation comme un coup de projecteur sur une partie du treillis (cf. Annexe A) laissée dans l'ombre du parcours d'un joueur.
- biais cognitifs tels que la difficulté à quitter une loi difficile où l'on s'est investi, ou encore la sur-spécification qu'illuste la publication du joueur 5 pour la loi aubépine.
- biais psychologiques comme la difficulté de se remettre en cause tout seul.

La constitution d'une communauté, à laquelle il est possible de faire appel par une requête d'équivalence dans les situations où l'individu est limité par ses capacités, est une solution simple qui a l'avantage de se fonder sur la diversité des individus qui la composent sans leur demander plus.

4.4 Résultats au niveau des joueurs

4.4.1 Résultats attendus

Un des résultats les plus importants de la simulation effectuée par David Chavalarias [2] sur le protocole Nobel est la prédiction que le processus de découverte connaît différentes phases :

> Nous avons en effet constaté que le développement d'une communauté s'effectuait en plusieurs phases bien distinctes. Au début, il y a une phase d'exploration de l'espace des formules durant laquelle les agents publient beaucoup sans tellement s'assurer de la validité de leurs théories et d'un autre côté, s'intéressent peu à la vérification

des théories publiées par leurs collègues. Puis, peu à peu, les temps de recherche augmentent et les agents s'attachent de plus en plus à la vérification des théories publiées jusqu'à ce que les temps d'arrêt se stabilisent. Il y a alors une phase de consolidation de l'ensemble des connaissances.

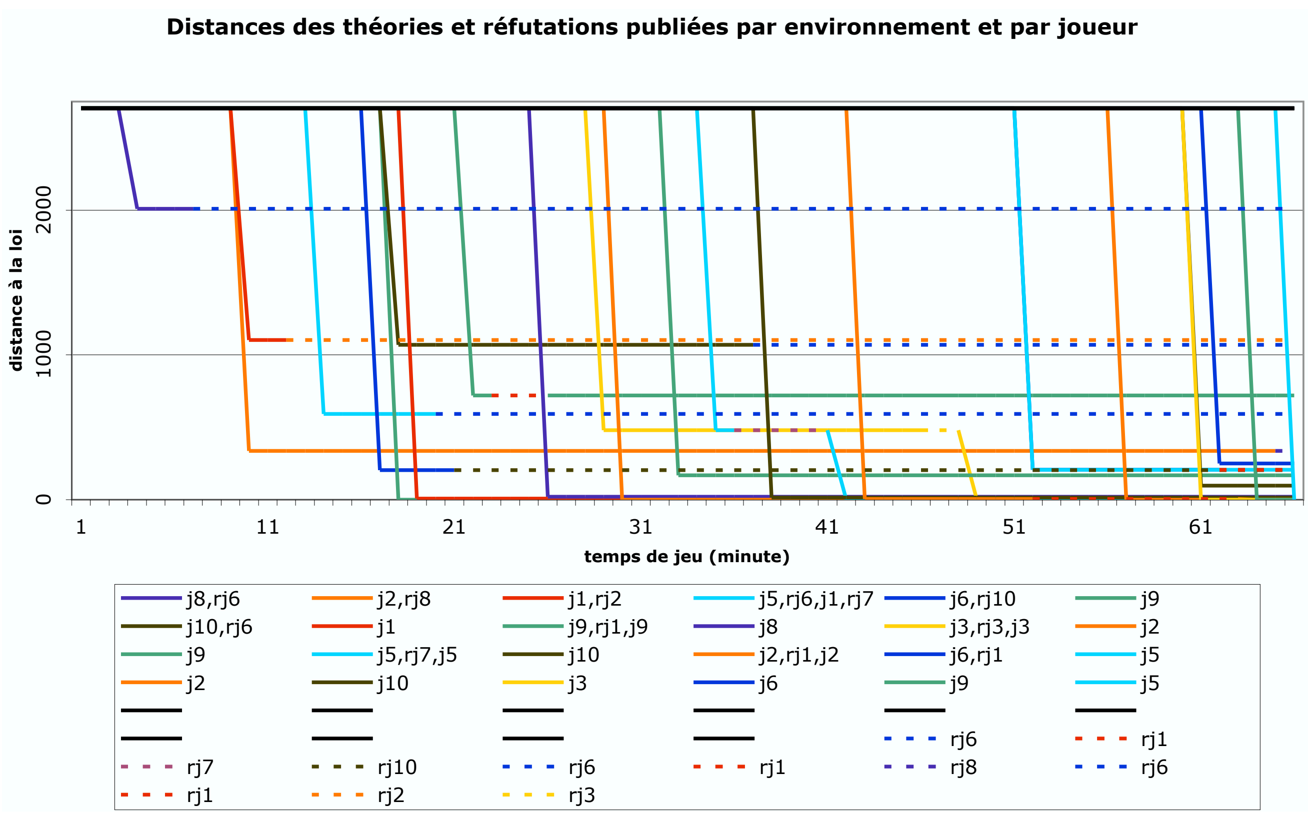
Bien que le jeu n'ait pas été mené à son terme, nous devrions pouvoir observer les comportements des agents et les interpréter au regard ce de résultat.

4.4.2 Exploitation des données

Toutes les actions effectuées par les joueurs sont repérées comme des requêtes émanant d'agents dans des environnements de déploiement au niveau du système multi-agent :

- jouer une carte à une position donnée et recevoir une réponse du système.
- changer d'environnement
- publier une théorie ou une réfutation

Toutes les actions des joueurs au cours du temps sont disponibles au niveau du système multi-agent et peuvent être récupérées sous la forme de fichiers texte. Il est possible de formater ces fichiers afin de faciliter l'exploitation des données. Nous avons synthétisé l'ensemble des données pertinentes sous la forme d'un graphe permettant de mettre en relation les données du jeu stratégique avec le déroulement du processus de découverte. Ce graphe (cf Annexe C pour un agrandissement) présente les publications et réfutations relatives à chaque environnement et distinguées selon les joueurs, repérées par leur distance à la loi et organisées chronologiquement.



4.4.3 Résultats et interprétations

Comportements des joueurs

La première constatation qui doit être faite est la diversité observée des comportements des joueurs. La typologie ci-dessous et le graphe présentent les principaux types qu'il est possible d'isoler au regard des log des actions des joueurs. Cette typologie (cf Annexe C pour un agrandissement) est assez cohérente avec un schéma de temps d'arrêts relatifs à la publication et à la réfutation conformément à ce que prévoyait David Chavalarias. Les comportement des joueurs s'expliquent effectivement en terme de compromis exploitation/exploration marqués par des temps d'arrêt.

Typologie classée dans l'ordre décroissant des scores des joueurs les plus caractéristiques des types.

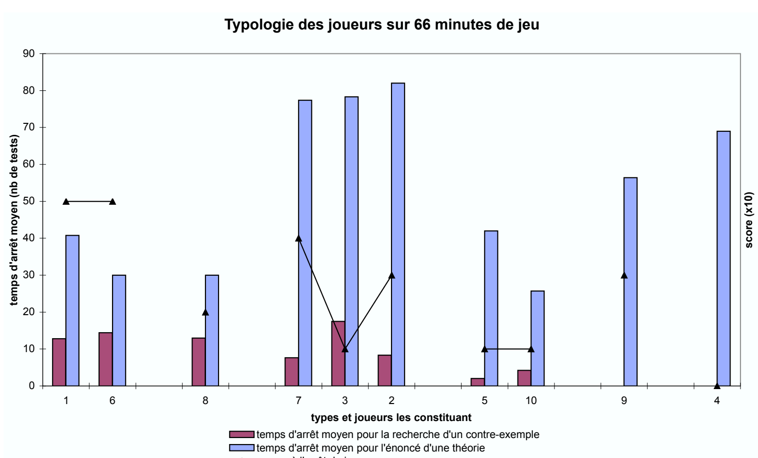
(1,6) réfutation-théorie le joueur teste assez systématiquement toute nouvelle publication et entre temps cherche à publier, sans les tester à fond, des lois non-publiées

(7,3,2) exploitation-refutation le joueur teste très longtemps sur une loi non publiée et avant de passer à une autre, tente quelques coups sur toutes les théories publiées

(5,10) theorie le joueur teste sans aller à fond les théories non-publiées, il teste une loi dont la théorie est publiée principalement s'il l'a déjà travaillée, mais va chercher à re-publier une théorie lorsqu'il se fait réfuter

(4) individuelle le joueur teste à fond une loi sans se préoccuper des actions du reste des joueurs

(8,9) typiquement des cas intermédiaures entre deux types.



Interprétations Nous pouvons proposer deux interprétations à cette diversité de comportements.

- L'interprétation en terme de théorie des jeux pourrait être, outre le fait que les joueurs sont novices et n'ont pas encore convergé vers des stratégies optimale, qu'il y ait sur le jeu des stratégies mixtes qui se renforcent. Ce dernier cas pourrait illustrer le cas des types exploitation-théorie et acharnement-réfutation.
- L'interprétation qui tendrait vers la psychologie expérimentale est que les joueurs ont des buts et des préférences diverses face au jeu et que celles-ci ne sont pas forcément liées à l'aspect stratégique du jeu. Cette interprétation est étayée par l'enthousiasme des joueurs par rapport au jeu. Nous pouvons avancer l'hypothèse que pour certains joueurs, la satisfaction d'avoir trouvé une théorie pour une loi prime sur l'espérance de gain à l'horizon du jeu.

Proposition d'expérimentations Pour départager entre ces interprétations, nous pouvons proposer de procéder à de nouvelles expérimentations en faisant varier le prix «Nobel» attribué en fin de jeu. En théorie, les stratégies ne dépendent que du rapport R/P et non du gain final. Si les stratégies restent les mêmes, cela corroborerait l'hypothèse de stratégies mixtes.

Évolution de la qualité des publications

Sur le graphe des publications et réfutations, nous pouvons constater que la qualité (au sens de la distance la plus faible) des premières publication diminue drastiquement au cours du jeu. Au bout de 35 minutes de jeu, nous ne voyons plus de première théorie dont la distance serait inférieure à 270, soit 10% de la distance maximale.

Interprétation Nous pouvons de nouveau présenter plusieurs interprétations de ce phénomène.

- Conformément au résultat énoncé par David Chavalarias, nous observerions typiquement une transition dans les phases de la découverte : pendant la première demi-heure, les joueurs cherchent à publier des théories et peu à réfuter puisqu'il n'y a pas puis peu de théories publiées disponibles. Par contre, au fur et à mesure que des théories sont publiées, elles se font réfuter et les joueurs commencent à prendre conscience du coût de la publication d'une théorie peu étayée. Les joueurs sont donc capables en une demi-heure, c'est-à-dire en ayant constaté l'effet de 5 réfutations sur 13 théories publiées d'ajuster leurs temps d'arrêt.
- une autre interprétation est qu'au début du jeu, il y a peu de mise en commun d'information au niveau de la communauté. Cette interprétation diffère de la précédente sur le mode de l'apprentissage. Il ne s'agirait plus d'un simple Q-learning, mais plutôt de méta-mimétisme. En ayant connaissance des théories publiées, les joueurs peuvent apprendre sur les différents types de lois qui peuvent exister et inférer sur les heuristiques de découverte des autres joueurs au regard du degré de finesse des partitions. Il y a augmentation progressive de la mémoire collective relative au jeu et propagation des découvertes individuelles relatives aux heuristiques.
- Une dernière interprétation serait qu'au fur et à mesure que le temps passe, les joueurs peuvent anticiper que les lois qui restent à publier sont de plus en plus difficiles. Ils vont donc chercher à les tester plus longuement.

Proposition d'expérimentations Nous pouvons de nouveau proposer de nouvelles expérimentations afin de départager entre ces hypothèses

- pour départager entre une hypothèse d'un apprentissage et celle d'une difficulté croissante des théories à publier anticipée, nous pouvons nous contenter de faire rejouer les mêmes joueurs (sur des règles différentes). En effet, nous pouvons nous attendre à ce qu'après un jeu, les joueurs aient intégré les résultats de leur apprentissage. Si nous n'observons pas la seconde fois la période de publication de théories peu étayée, nous pourrons trancher en faveur d'un apprentissage.
- pour départager entre les modes d'apprentissages, le jeu Nobel nous permet de facilement intégrer plus ou moins d'information dans l'interface et dans les publications. Nous pourrions ainsi très facilement conduire une expérimentation où nous modifions en cours de jeu la quantité d'information relative aux stratégies des joueurs et observer la dynamique de réaction de la communauté, ou conduire en deux expérimentations dans lesquelles nous ne donnerions pas la même information aux joueurs. Nous pouvons par exemple commencer le jeu sans donner d'autre information associées à une publication que la formulation des théories et par la suite donner comme information supplémentaire la séquence principale additionnée ou non d'une partie du tapide de jeu voire une information plus directe sur l'heuristique de découverte.

Chapitre 5

Conclusion

Nous sommes partis de l'idée forte, issue des travaux d'Angluin sur l'apprentissage supervisé actif, que le processus d'interaction fondé sur des requêtes d'appartenance et d'équivalence peut jouer un rôle central dans la constitution d'un processus social. Cela nous a amené à considérer le fonctionnement d'une communauté scientifique, qui, sous l'influence de la thèse de Popper sur la réfutabilité, se constitue comme un système social implémentant sous la forme de réfutations la réponse aux requêtes d'équivalences posées comme des conjectures. Ce qui est fondamental dans cette vision de la communauté scientifique, c'est qu'il n'y a plus besoin d'un tuteur omniscient, la communauté elle-même, de par son mode l'organisation, est capable de générer une réponse à la requête d'équivalence.

Cette constatation nous a amené à poser l'hypothèse que les requêtes d'appartenance et d'équivalence étaient au coeur du processus social de découverte qu'effectue une communauté scientifique. nous nous sommes aussi demandés si nous ne pouvions pas aller plus loin encore et proposer comme paradigme pour la cognition sociale ce processus de découverte à base de requêtes distribuées sur deux niveaux d'émergence.

Nous avons alors réalisé en collaboration avec le LIRMM un protocole expérimental sous la forme d'un jeu multi-joueur dont la conception se devait de répondre à une double exigence :

- constituer une implémentation d'un jeu social tel que le mode d'interaction entre joueurs fait que la communauté des joueurs répond aux requêtes d'équivalences formulées par ses membres.
- pouvoir être le socle d'une plate-forme opérationnelle qui permette de tester en conditions contrôlées des hypothèses portant sur les processus sociaux.

Nous avons baptisé ce jeu Nobel-Eleusis en référence aux jeux qui ont inspiré les deux modules le composant :

- le module Nobel, jeu d'interaction stratégique entre joueurs de n jeux d'Eleusis. Il fondé est sur la rétribution d'actions de publication et de réfutation de théories dans une communauté de joueurs.
- le module Eleusis, jeu inductif de découverte d'une lois de transition cachée régissant un monde de carte. Nobel-Eleusis contient n mondes différents qui sont autant de jeux d'Eleusis.

La mise en place d'un protocole expérimental permettant l'étude d'un processus social de découverte au sein de Nobel-Eleusis s'est faite en élaborant,

- les actions des joueurs et les réponses du système : le jeu de découverte individuel d'une loi de transition régissant un monde de cartes

- les règles du jeu contraignant les actions des joueurs au sein des différents environnements de jeu : les lois à découvrir
- les modalités de l'interaction entre les joueurs : les méthodes de publication et d'interaction ainsi que le système de rétribution
- l'interface de jeu et d'information sur l'état du jeu : une interface fonctionnelle permette aux joueurs d'avoir accès facilement à toutes les phases du jeu et à toute l'information nécessaire
- méthode de collecte et de traitement des données du jeu : les fichiers des publications et les log des actions des joueurs

Par un détour théorique sur les heuristiques de découverte liées à notre implémentation du jeu d'Eleusis, nous pouvons justifier du choix de ce jeu comme module de recherche d'une loi cachée. La représentation de la découverte au niveau individuel d'une loi de transition dans un monde de carte est vue comme une exploration dans des treillis de concepts puis de partitions. Ceci nous donne un cadre conceptuel qui soutient par la suite l'interprétation de l'apport de l'interaction dans le processus social de découverte comme ce qui permet de s'affranchir des biais inhérents au processus de découverte individuel. Différents individus peuvent en effet accéder chacun au cours de leur exploration à des portions différentes du treillis. La mise en commun de cette information au niveau de la communauté permet à chacun d'obtenir aisément une vision globale d'un monde.

Nous avons pu conduire une expérimentation qui n'a malheureusement pas permis d'atteindre l'horizon du jeu mais nous a tout de même fourni assez de données que pour justifier notre approche et présenter des premiers résultats à interpréter en terme de cognition sociale.

La première chose que nous pouvons observer à l'échelle de la communauté est qu'il y a bien un processus social de découverte et que nous pouvons avancer comme conjecture la convergence de ce processus. Ceci nous permet de valider notre approche expérimentale puisque le jeu Nobel-Eleusis de par sa conception permet de constituer l'ensemble des joueurs comme une communauté qui, par un mode d'interaction qui distribue les requêtes sur plusieurs niveaux d'émergence, réalise une découverte sociale dans un univers fini de mondes pour lesquels le nombre d'hypothèses est aussi fini.

Il nous faudrait maintenant poursuivre les expérimentations en faisant varier le paramètre R/P qui oriente le comportement stratégique des joueurs et donc leurs heuristiques de découverte, ce qui devrait avoir une influence sur des caractéristiques du processus de découverte à l'échelle de la communauté.

Nous avons aussi observé conformément aux résultats obtenus par David Chavalarias un début d'évolution de la qualité des publications que nous pouvons principalement interpréter comme un apprentissage de temps d'arrêt dans un compromis exploitation/exploration, ou comme un méta-mimétisme avec une augmentation au cours du temps de l'information au niveau de la communauté. Nous pouvons de nouveau proposer une expérimentation avec Nobel-Eleusis qui permettrait de discréminer entre ces différentes interprétations.

Nous avons donc montré qu'il était possible d'étudier dans le cas d'un processus social de découverte des interactions fines entre la dynamique des stratégies des joueurs et leur influence sur un variable globale du processus social comme la qualité des publications. Mais nous aurons entièrement atteint notre second objectif si ces premiers résultats génèrent de nouvelles idées d'expérimentations qui s'appuieraient sur le processus social de découverte comme paradigme pour la cognition sociale et tireraient parti des fonctionnalités de Nobel-Eleusis comme plate-forme opérationnelle de test.

Bibliographie

[1] D.Angluin. Queries revisited. *Theorical Computer Science*, (313) :175–194, 2004.

[2] D.Chavalarias. La thèse de popper est-elle réfutable ? CREA - CNRS/Ecole Polytechnique, 1997. Mémoire de DEA.

[3] D.Angluin et M.Krikis. Learning from different teachers. *Machine Learning*, (51) :137–163, 2003.

[4] A.Gouaich et Y .Guirand. M i c* : Algebraic agent environment. LIRMM, 2003.

[5] L. G.Valiant. A theory of the learnable. *Communications of the ACM*, (27) :1134–1142, 1984.

[6] J.Sallantin. Que peut-on apprendre en interagissant ? In *Troisièmes journées «Complexités», Perception et Apprentissage*, mai 2004.

[7] J.Sallantin. Rationalité et calcul : penser rationnellement le monde. In *Colloque Cerisy*, juin 2004.

[8] K.Popper. *La logique de la découverte scientifique*. Payot, 1934.

[9] M.Liquiere. Propositionnalisation et noyau ontologique. In *Cognitique*, pages 73–84. P.Aniorté et S. Gouardères, 2004.

Annexe A

Éléments de théorie du jeu

A.1 Formalisation

Définitions

Nous notons E l'ensemble des 52 cartes à jouer d'un jeu classique occidental et $x_n : x \in E, n \in \mathbb{N}$ une carte jouée à la position n.

Def : Considérons deux ensembles disjoints de mots $\mathfrak{V}$ pour «valeur» et $\mathfrak{F}$ pour «forme» Nous notons $\mathfrak{A} = \mathfrak{V} \cup \mathfrak{F}$

$$\mathfrak{V} = \{As, Deux, Trois, Quatre, Cinq, Six, Sept, Huit, Neuf, Dix, Valet, Dame, Roi\}$$
$$\mathfrak{F} = \{Coeur, Carreau, Pique, Trefle\}$$

A.1.1 Prédicats

Def : Nous définissons un prédicat portant sur la forme d'une carte comme la fonction booléenne :

$$Predicat_{rang} : E \otimes \mathfrak{F} \rightarrow \{0, 1\}$$

$\forall Rang \in \mathfrak{R}$ nous notons pour la suite du mémoire $Forme(x)$ le prédicat $Predicat_{forme}(x, Forme)$

nous pouvons définir la famille F de prédicats f portant sur la forme des cartes :
$f : E \otimes S(\mathfrak{F}) \rightarrow \{0, 1\}$,
où $\S(mathfrakF)$ représente l'ensemble des singletons de $\mathfrak{F}$:

$$\begin{aligned}
&Coeur : E \rightarrow \{Coeur\}, \text{ noté } Coeur(x)\\
&Carreau : E \rightarrow \{Carreau\}, \text{ noté } Carreau(x)\\
&Pique : E \rightarrow \{Pique\}, \text{ noté } Pique(x)\\
&Trefle : E \rightarrow \{Trefle\}, \text{ noté } Trefle(x)
\end{aligned}$$

Def : De la même façon, nous pouvons définir la famille V de prédicats v portant sur la valeur des cartes :
$v : E \otimes S(\mathfrak{V}) \rightarrow \{0, 1\}$,
où $\S(mathfrakV)$ l'ensemble des singletons de $\mathfrak{V}$:

$$\begin{gathered} As : E \rightarrow \{As\},\ \text{noté } As(x) \\ Deux : E \rightarrow \{Deux\},\ \text{noté } Deux(x) \\ \vdots \\ Roi : E \rightarrow \{Roi\},\ \text{noté } Roi(x) \end{gathered}$$

A.1.2 Concepts

Toute carte est exactement identifiée par la donnée de sa valeur et de sa forme :

$$\forall v \in V, \forall f \in F, \exists!\ x \in E : v(x) \wedge f(x)$$

Def : Nous définissons un concept c comme une formule sur les prédicats précédemment définis. Tout concept c peut s'écrire comme une forme normale disjonctive. Nous pouvons choisir d'exprimer les concepts comme une disjonctions de conjonctions où chaque conjonction porte sur un prédicat de V et un prédicat sur de F. Nous appelons C la classe des concepts ainsi définis.

$$c = \bigvee v \wedge f : v \in V, f \in F$$

A.1.3 Le treillis des concepts

Th : L'ensemble des parties de E muni de la relation d'inclusion est organisé en treillis complet puisque l'inclusion est une relation d'ordre partiel pour les ensembles. Ce treillis se note

$$\left\langle \begin{matrix} E \\ (2^E) \\ \emptyset \end{matrix} \right\rangle$$

Nous pouvons remarquer que les concepts les plus simples ainsi définis identifient exactement les singletons de E, c'est à dire les cartes.

$$\forall v \in V, \forall f \in F, !\ x \in E : v(x) \wedge f(x) = c(x)$$

Les concepts plus complexes, formés par disjonction de ces concepts les plus simples identifient donc tous les sous-ensembles de E. Nous notons X un élément de $\mathcal{P}(E)$, les parties de E

$$\forall v \in V, \forall f \in F, \exists!\ X \in \mathcal{P}(E) : \bigvee v(x) \wedge f(x) = c(x)$$

Nous pouvons alors associer à chaque élément du treillis des parties de E un concept, générant ainsi un nouveau treillis. C, la classe des concepts est bâtie par disjonction des concepts plus simples. Nous pouvons définir une relation d'ordre partiel à partir de cette opération d'inclusion génératrice de C. La classe des concepts a donc une struture de Treillis complet. Le treillis des concepts de C et le treillis des parties de E sont équivalent [9]. Nous pouvons donc identifier les concepts de C est les sous-ensembles X de E.

A.1.4 Loi de transition

Une loi de transistion a deux écritures possibles, une en langage ensembliste et une en langage logique.

Écriture logique

Une loi de transition est une formule sur les concepts d'une carte et de la carte qui lui succède.

$$\mathcal{R}(x_n, x_{n+1}) \forall x \in E$$

Une loi de transition peut s'écrire comme une forme normale disjonctive sur les concepts dont chaque conjonction porte sur un concept de la carte prédecesseur et un concept de la carte successeur :

$$\left| \begin{array}{lccc} & c_1^{n-1}(x_{n-1}) & \wedge & c_1^n(x_n) \\ \vee & & & \\ & \vdots & & \vdots \\ \vee & & & \\ & c_k^{n-1}(x_{n-1}) & \wedge & c_k^n(x_n) \end{array} \right.$$

Chaque concept est une formule sur les concepts élémentaires. Afin de simplifier son écriture, nous pouvons définir de nouveaux mots que nous ajoutons à $\mathfrak{V}$ et $\mathfrak{F}$. En choisissant correctement de nouveaux prédicats sur ces nouveaux mots, nous pouvons exprimer tout concept comme une disjonction de conjonctions de deux prédicats, l'un sur le rang et l'autre sur la couleur, comme présenté précédemment (cf. 3.2).

Écriture ensembliste

Une loi de transition est une relation $\mathcal{R}$ de E dans E : $\mathcal{R} \subseteq E^2$. La loi de transition peut donc s'écrire sous une forme matricielle.

Remarque : la séquence principale peut s'écrire comme une suite

$$\{SP\} = \{x_n : n \in [\![1, N]\!]\} \text{ ssi } \mathcal{R}(x_n, x_{n+1}) \text{ est vrai pour tout } n \in [\![1, N-1]\!]$$

A.1.5 Opération de clôture et apprenabilité individuelle

Etant donné la forme les règle de notre jeu Nobel-Eleusis, il existe une condition de clôture sur les lois pour que toutes les lois soient découvrables par un joueur isolé.

On définit les deux opérations suivantes :

$$\left. \begin{array}{r} x^\wedge = \{y \in E : \mathcal{R}(x,y)\} \\ y^* = \{x \in E : \mathcal{R}(x,y)\} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{r} X^\wedge = \{y \in E : \mathcal{R}(x,y), \forall x \in E\} \\ Y^* = \{x \in E : \mathcal{R}(x,y) \forall y \in E\} \end{array}$$

la clôture et la composition de ces deux opérations. Elle nous permet d'obtenir des ensembles clôts

$$\mathcal{X}_R = X \subset E : X^{\wedge *}$$

$$\mathcal{Y}_R = Y \subset E : X^{* \wedge}$$

$$\mathcal{X}_R \overset{\wedge}{\underset{*}{\leftrightarrows}} \mathcal{Y}_R$$

Pour que E soit apprenable par un joueur il faut que $\mathcal{X}_R = \mathcal{Y}_R = E$

A.1.6 Le treillis des partitions

on note P une partition de E et $\mathfrak{P}(E)$, l'ensemble de toutes les partitions de E. Avec cette condition sur les lois, nous pouvons écrire une nouvelle forme pour la loi de transition :

$$\exists P^{n-1} = \{c_i^{n-1}\}_{i \leq 52}, P^n = \{c_j^{n-1}\}_{j \leq 52} \in \mathfrak{P}(E)^2 : \bigvee c^{n-1}_{\sigma^{n-1}(i)}(x_{n-1}) \wedge (c^n_{\sigma^n(j)}(x_n) \iff \mathcal{R}(x_{n-1}, x_n)$$

Il est possible de définir une relation d'ordre partiel entre deux partitions d'un ensemble. L'idée est qu'une partition $p1$ elements est plus fine qu'une partition $p2$ elements si une fois qu'on a éliminé tous les élément égaux de ces deux matrices, il reste deux élément disjoints de p1 tels que leur union soit égale au dernier élément de $p2$. L'ensemble de partitions de E est donc un treilli sur les partitions, et chauque élément d'une partition est un sous-ensemble de E identifiable à un concept.

A.2 Niveau individuel : heuristique de la découverte d'une loi

A.2.1 rappels

Pour ce protocole, nous travaillons exclusivement avec découvrables par un joueur. Avec le parti pris de jouer sur une seule séquence principale, ceci implique qu'une loi doit vérifier les deux propriétés suivantes :

- $\mathcal{R} : \mathcal{P}(E) \to \mathcal{P}(E)$
- $X^{\wedge *} = Y^{* \wedge} = E$

Ceci assure qu'une toute carte peut être jouée dans la séquence principale et par conséquent qu'il est possible de découvrir exactement la loi de transition.

Nous allons décrire une heuristique de découverte au niveau individuel d'une loi de transition à partir d'une exploration combinée du treillis des concepts et du treillis des partitions pour les cartes prédécesseur et les cartes successeur.

L'objectif d'un joueur est la découverte et la publication d'une théorie de la loi de transition régissant un environnement. Lorsqu'un joueur recherche quelles sont les cartes qui peuvent succéder à une carte donnée, il effectue une première opération de classification : Il cherche à regrouper et à décrire au moyen des attributs les cartes qui succèdent à une carte donnée. Les exemples sont les cartesx_n testées après une carte $P_{n-1,0}$ pour «prédecesseur».

Chaque sous-ensemble de carte est identifié à un concept. Tout concept peut se définir soit en extension, par la donnée de l'ensemble des exemples qu'il contient, soit en intension par la donnée d'une propriété vérifiée par tous les exemples du concept. Exemple : Si une loi de transition contient la clause (SansRang $\wedge$ Pique) $\wedge$ (Figure $\wedge$ Rouge), un concept tel qu'il apparaît aux yeux du joueur peut s'exprimer comme «quelles peuvent être les cartes qui sont successeur d'un Neuf de Pique» C'est l'ensemble des éléments c de E tels que $R(NeufdePique,) = 1$. Ce concept est donc le sous-ensemble Valet de Cœur, Valet de Carreau, Dame de cœur, Dame de Carreau, Roi de cœur, Roi de Carreau. Ce sous-ensemble de E peut être décrit comme les cartes vérifiant la formule : Figure$\wedge$Rouge.

A.2.2 L'heuristique de découverte

Nous nous fondons sur les structures de treillis structure formées par les concepts et par les partitions pour expliciter une heuristique de découverte d'une loi de transition par un joueur. L'heuristique de découverte d'une loi de transition se décompose en une alternance de deux opérations identiques de recherche d'un concept à partir d'exemples (d'éléments qui appartiennent ou non au concepts). L'itération des opérations d'exploration pour différentes cartes conduit à la découverte de nouveaux concepts relatifs à la partition de l'ensemble de départ de R dans le cas des prédécesseurs et à la partition de l'ensemble d'arrivée pour les successeurs. La découverte de nouveaux concepts conduit à une exploration du treillis des partitions.

A.2.3 Explications et illustration de l'heuristque

Nous allons spécifier ces deux opérations en les illustrant par un cas de jeu concret. Nous considérons un joueur qui chercher dans un environnement la loi de transition qui peut s'exprime sous la forme normale conjonctive suivante : Chiffre $\wedge$ Cœur $\succ$ Chiffre $\wedge$ SansCouleur
Chiffre $\wedge$ Carreau $\succ$ Chiffre $\wedge$ Noir
Chiffre $\wedge$ Noir $\succ$ SansRang $\wedge$ Rouge
Figure $\wedge$ SansCouleur $\succ$ Figure $\wedge$ SansCouleur
L'expression matricielle de cette loi est donnée par la figure ci-dessous.

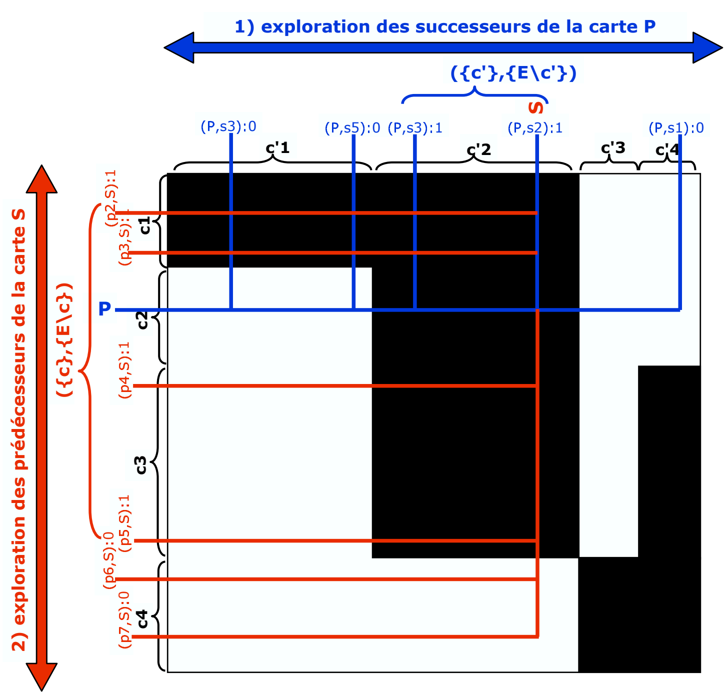


Illustration de l'heuristique de découverte d'une loi de transition

Etape 1

Première opération : exploration des successeurs de la carte P La carte P est une carte de la séquence principale située à la position n Un joueur pose des cartes s à la position $n + 1$ et les classifie en fonction de $R(P, s)$. L'identification d'un concept se faire par un parcours en spécification et généralisation sur le treillis des concepts en partant du concept le plus général et en le spécifiant dès que deux cartes si et sj appartenant au concept où on se situe ne sont plus classifiées de la même manière selon R, c'est à dire lorsque $R(P, si) \neq R(P, sj)$ ou en le généralisant si on trouve une carte qui n'appartient pas au concept mais vérifie la propriété $R(P, si)$. Sur l'exemple nous pouvons considérer que le joueur est capable de trouver $c' = c'2$ comme concept des cartes successeur de P. et de faire une première hypothèse sur la partition de l'ensemble d'arrivée $(\{c'\}, \{E\backslash c'\})$.

Set d'exemple

Indice_du_test : [carte] [succ(carte)] R(carte,succ(carte))

s1 : [Quatre_Carreau] [Valet_Trefle] faux

s2 : [Quatre_Carreau] [Sept_Trefle] vrai

s3 : [Quatre_Carreau] [Six_Coeur] faux

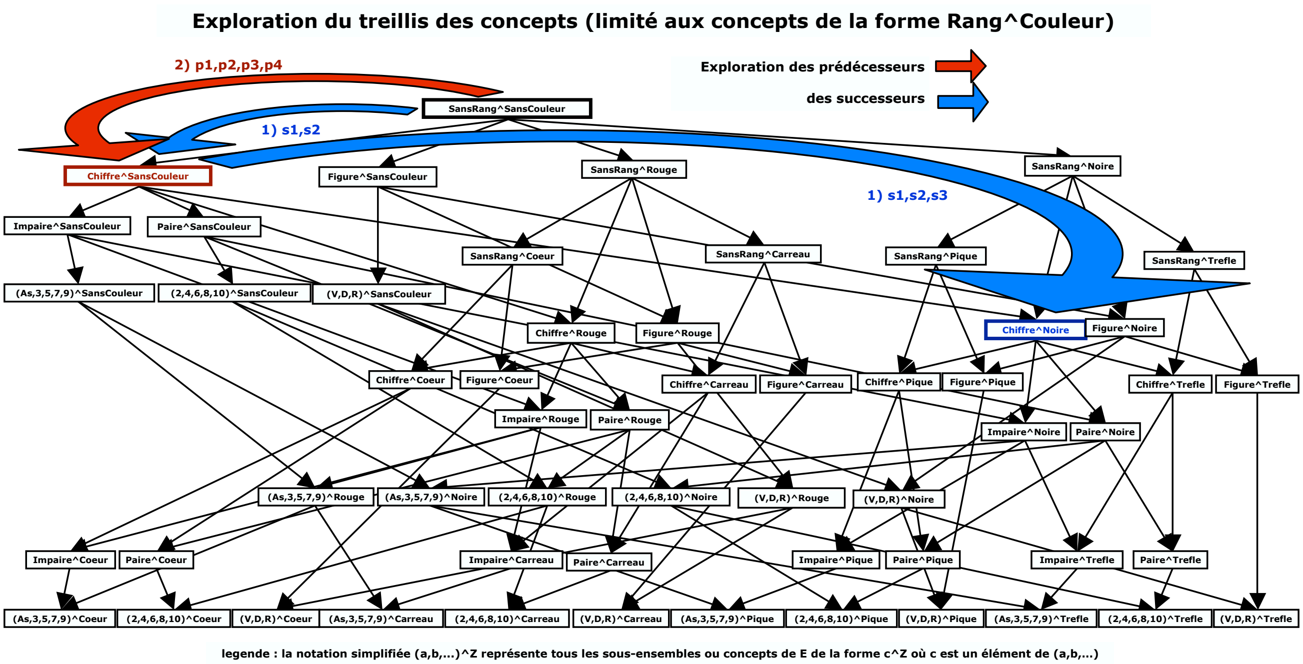
s4 : [Quatre_Carreau] [Quatre_Pique] vrai

s5 : [Quatre_Carreau] [Neuf_Carreau] faux

Le concept à trouver : les cartes successeur du Quatre de Carreau

- s1 : le concept ne peut plus être SansRang∧SansCouleur=E car E contient s1 qui n'est pas successeur de P. Le joueur a alors le choix de tester d'autres cartes à la même position afin de trouver une spécification adéquate.
- s1,s2 : R(P,s1)≠R(P,s2) donc le joueur doit spécifier E en un concept c tel que s2∈c mais s1∉c, il spécifie donc E en Chiffre∧ SansCouleur.
- s1,s2,s3 : R(P,s3)≠R(P,s2), le joueur doit de nouveau spécifier le concept en Chiffre∧Noire en utilisant la distinction entre cartes noires et cartes rouges.
- s1,s2,s3,s4 : Il n'y a pas lieu de re-spécifier le concept selon une distinction entre les formes des cartes noires ni selon une distinction paire et impaire puisque l'environnement ne distingue pas un quatre de pique d'un sept de trèfle au sens de la loi de transition.
- s1,s2,s3,s4,s5 : Il n'y a pas non plus eu d'autres informations nécessitant une modification du concept. Si le neuf de Carreau avait été un successeur pour le Quatre de Carreau, il aurait fallu prendre pour nouveau concept un concept plus général que Chiffre∧Noire et SansRang∧Carreau, qui peut s'écrire (Chiffre∧Noire)∨(SansRang∧Carreau).

Seconde opération : exploration des prédécesseurs de la carte S La carte S est la première carte acceptée au sens de la loi de transition après la carte P. Elle est située sur la séquence principale à la position $n + 1$. Le joueur va tester des cartes à la position n qui seront évaluées par rapport à la transition qu'elles forment avec la carte S à la condition toutefois qu'elles soient successeurs de la carte située sur la séquence principale à la position $n - 1$. Toujours selon l'illustration (cf Annexe C pour un agrandissement), le joueur peut trouver le concept $c = \bigcup(c1, c2, c3)$ et faire comme hypothèse de partition de l'ensemble de départ de $R(\{c\}, \{E\})$.



A.2.4 Etapes > 1

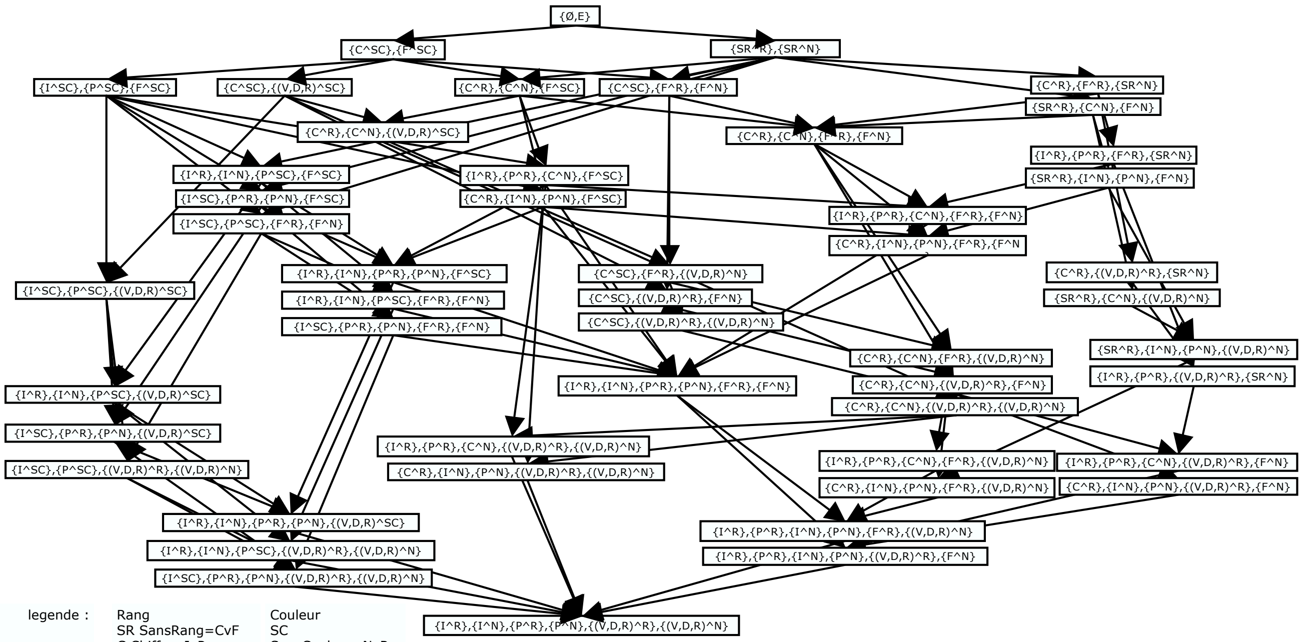
Lors que le joueur procède à l'une de ces opérations d'exploration, il explore en fait le treillis des partitions. Au départ, le joueur fait l'hypothèse de la partition $(\emptyset, E)$, dès qu'il joue deux cartes qui n'ont pas le même comportement, il effectue une spécification, ce qui correspond à descendre d'un cran dans le treillis suivant la nature de la différence entre les cartes que distingue la loi de transition. Au fur et à mesure de la découverte des concepts c et c', le joueur explore les partitions d'arrivée et de départ de l'application R.

Remarque : on retrouve la question du biais d'apprentissage. Ici le biais du choix des cartes choisies va influencer l'heuristique de découverte.

Voici un aperçu (cf Annexe C pour un agrandissement) du treillis des partitions simplifié avec un nombre d'attributs réduit :

- Rang : SansRang = Chiffre $\vee$ Figure, Chiffre = Impair $\vee$ Pair, Figure = Valet $\vee$ Dame $\vee$ Roi
- Couleur : SansCouleur = Noir $\vee$ Rouge

Aperçu du treillis des partitions de E (predicats simplifiés)



legende :

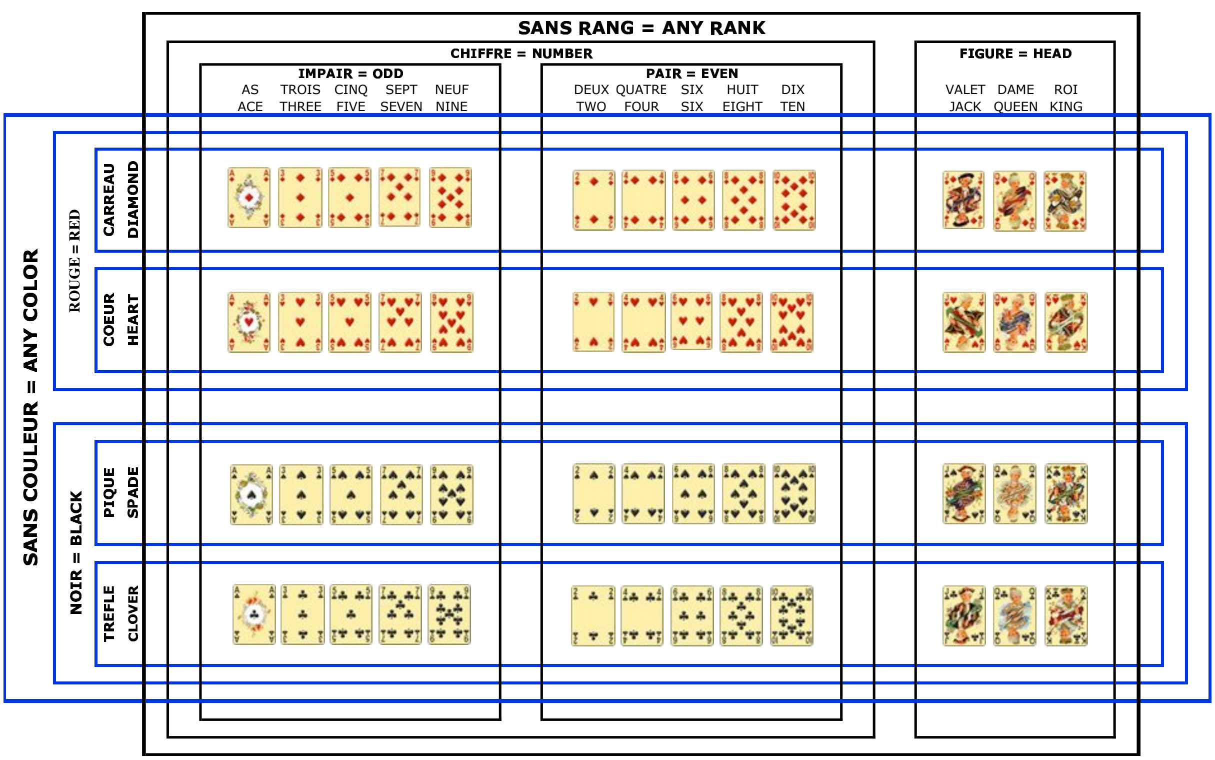
Rang	Couleur
SR SansRang=CvF	SC
C Chiffre=IvP	SansCouleur=NvR
P Pair	N Noir
I Impair	R Rouge
F Figure=VvDvR	
V.D.R	

Notation : (V,D,R) pour toutes les trois sous ensembles engendrés par la spécification des figures en trois concepts différents.
Ainsi {C^SC},{(V,D,R)^SC}={C^SR},{V^SC},{D^SC},{R^SC}.

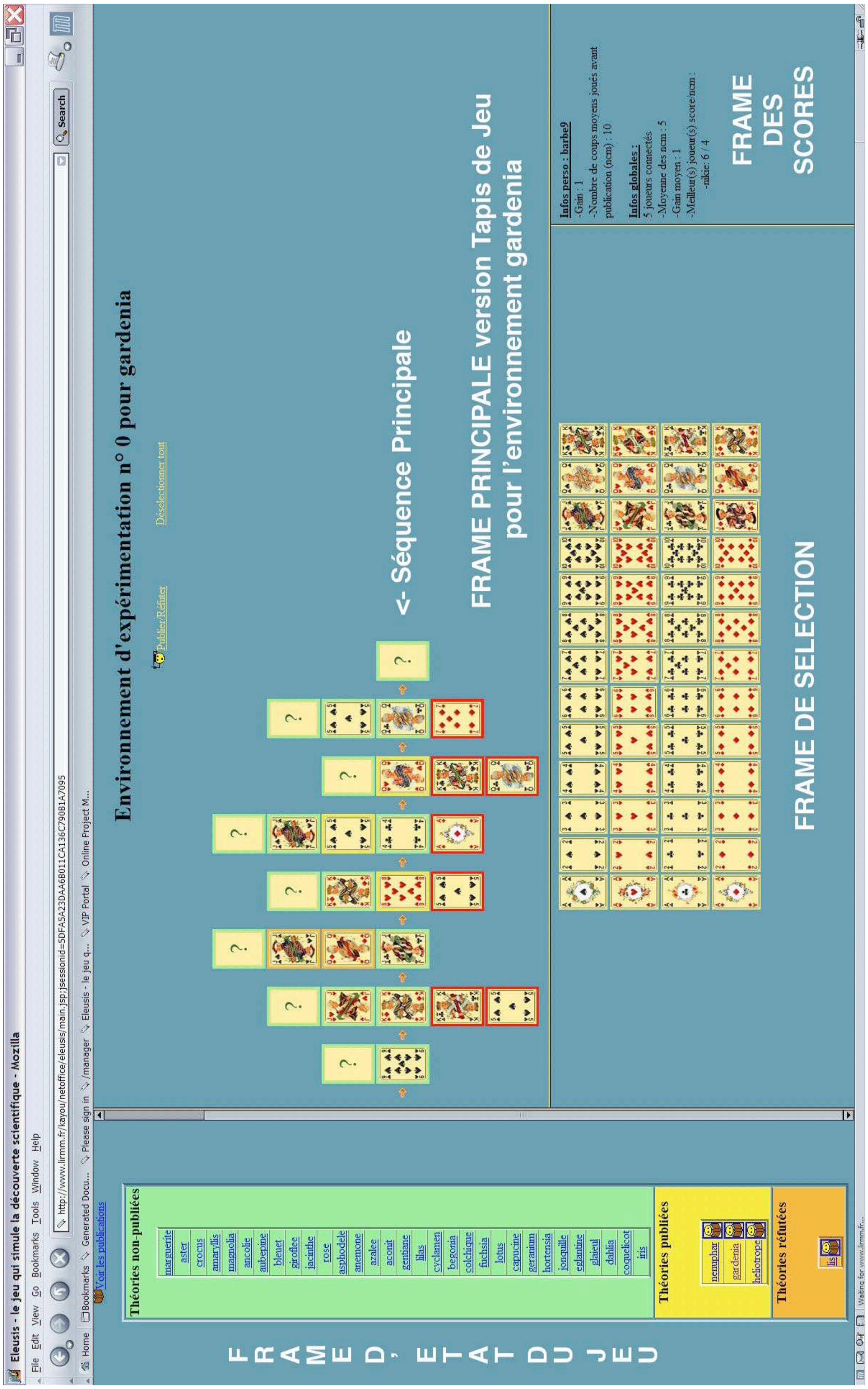
Annexe B

Interface du jeu Nobel-Eleusis

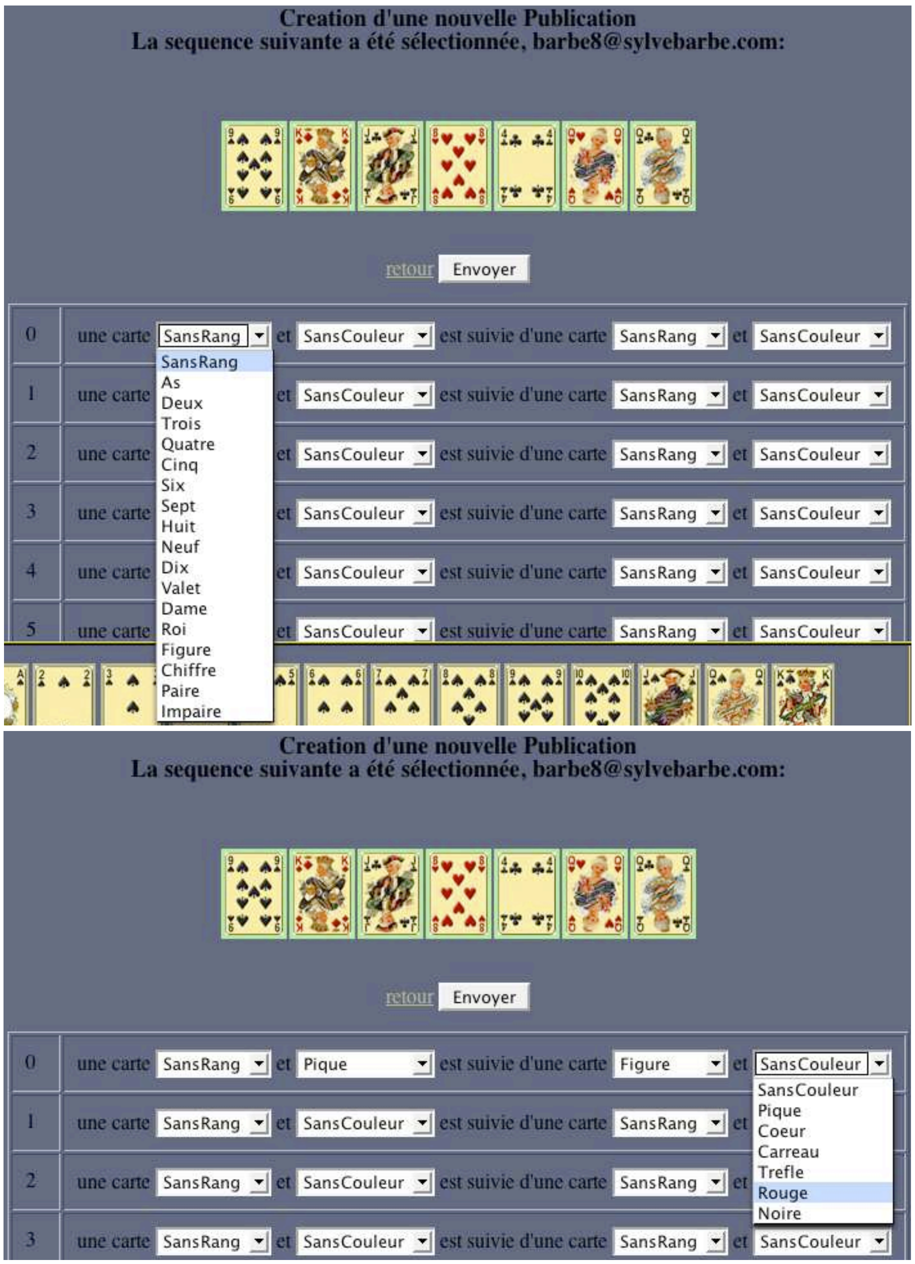
B.1 Catégorisation utilisée et disposition des cartes dans la frame de sélection



B.2 Interface, frame principale version tapis de jeu



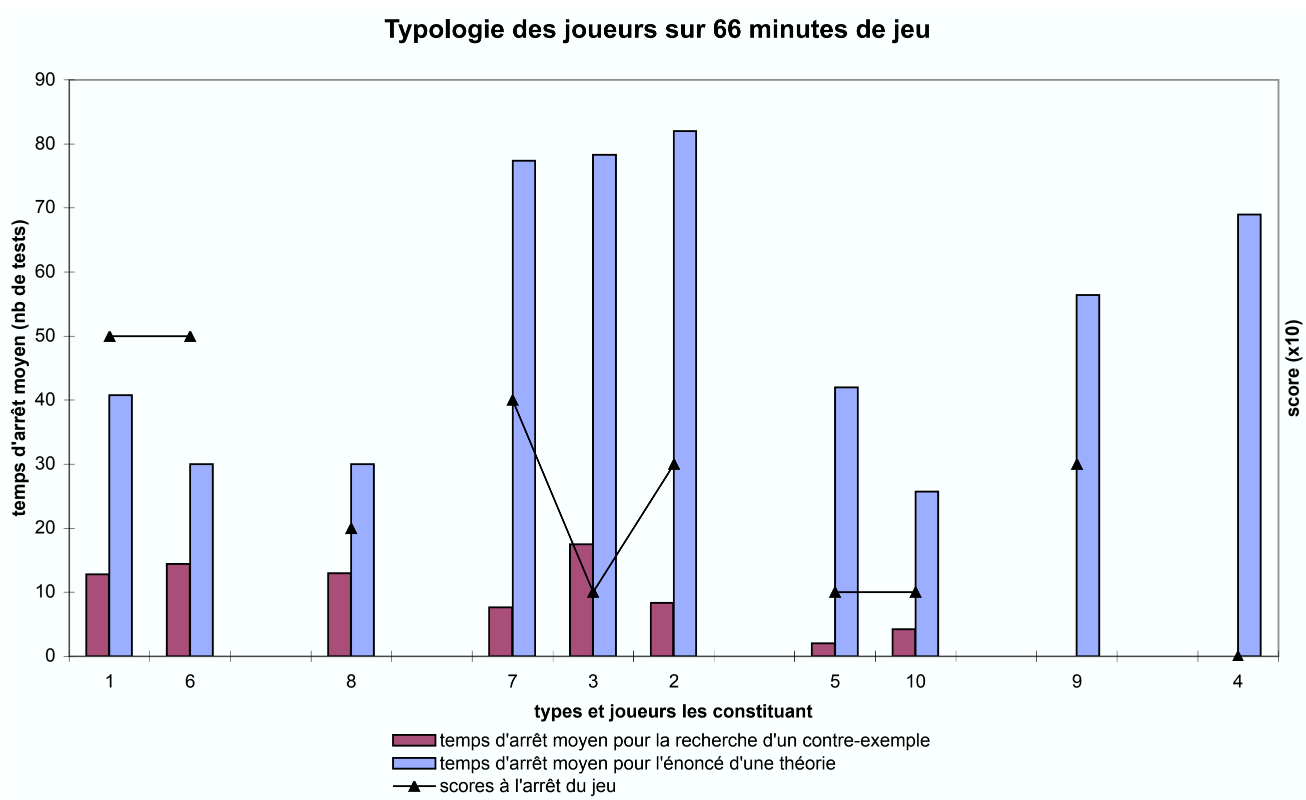
B.3 Editeur et formulation de la théorie d'une loi de transition



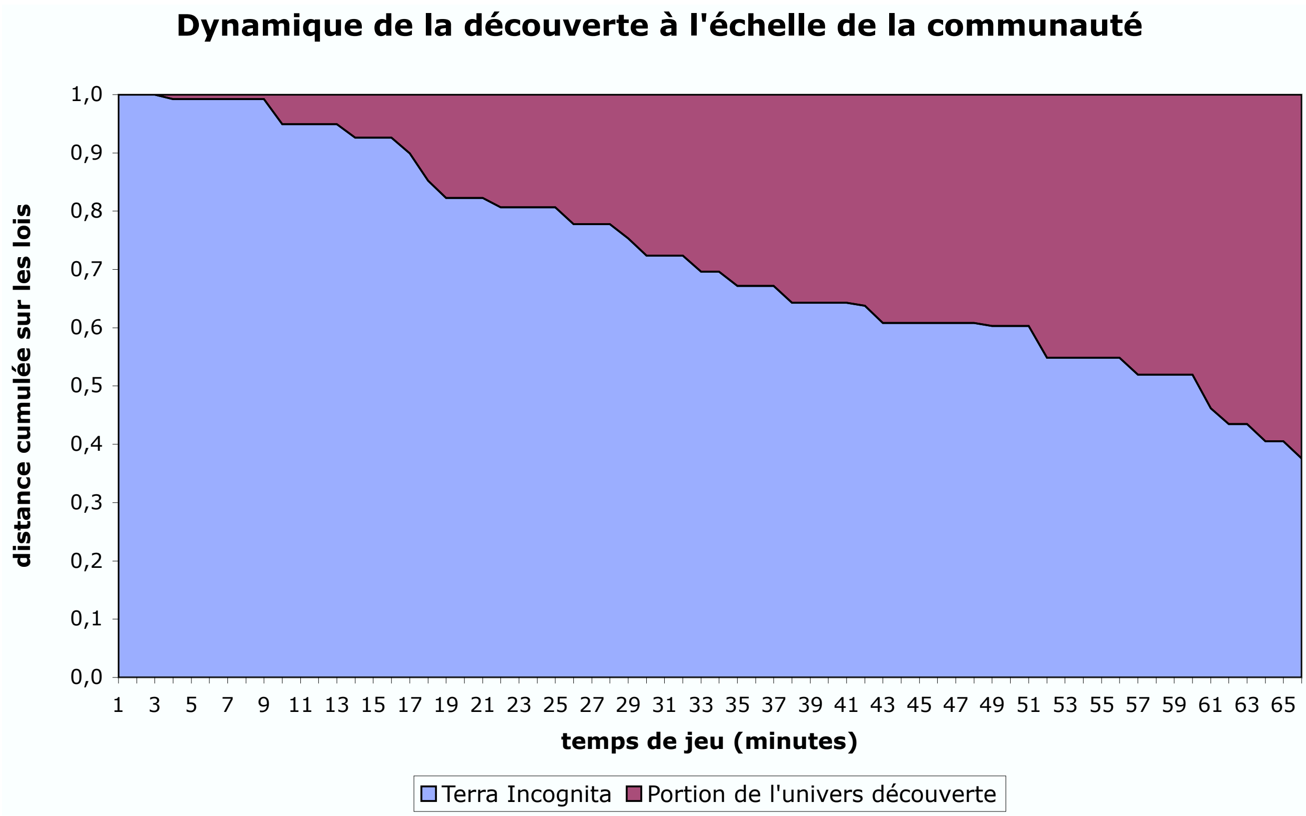
Annexe C

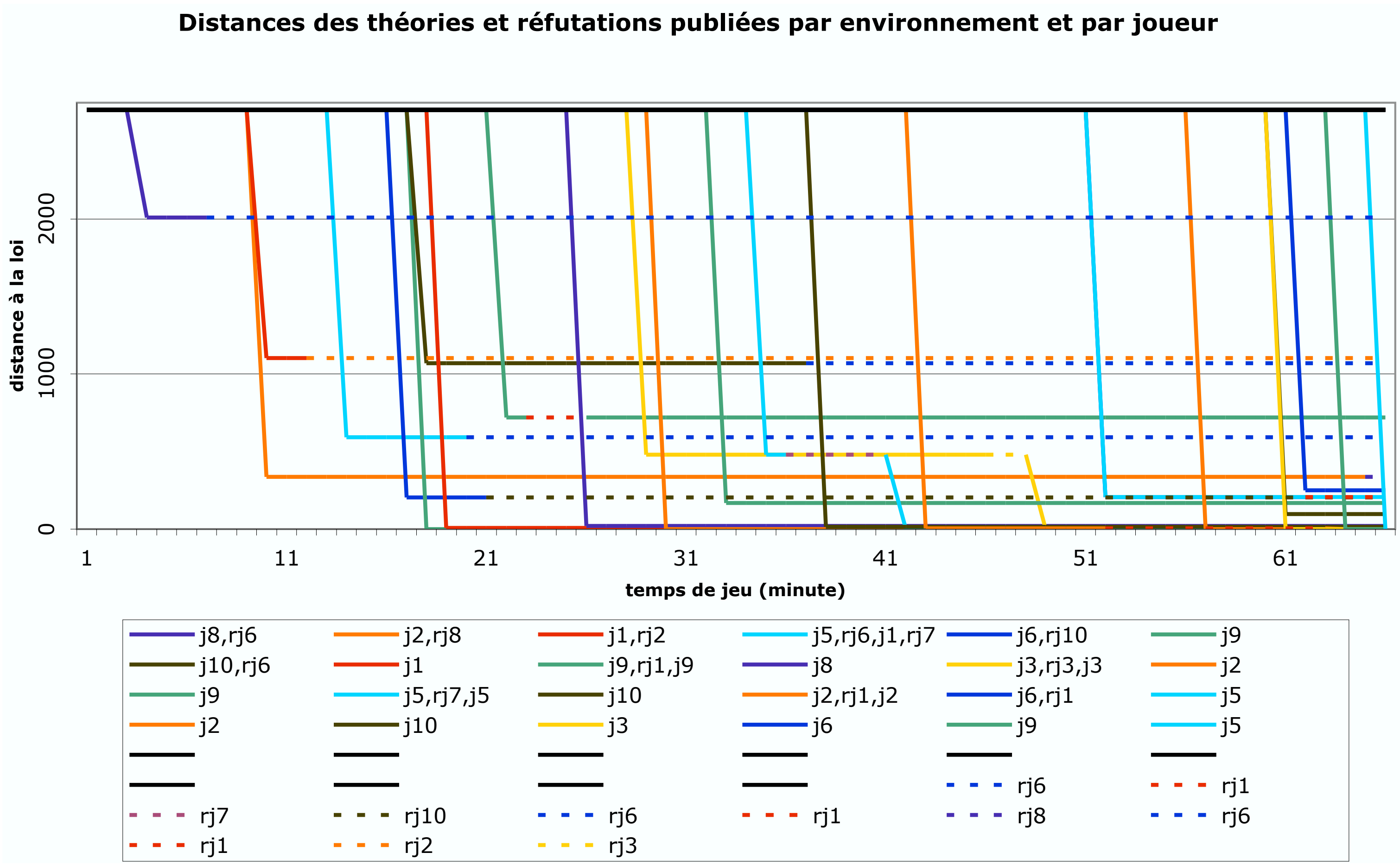
Vue agrandie des graphes des résultats et des treillis

C.1 Typologie

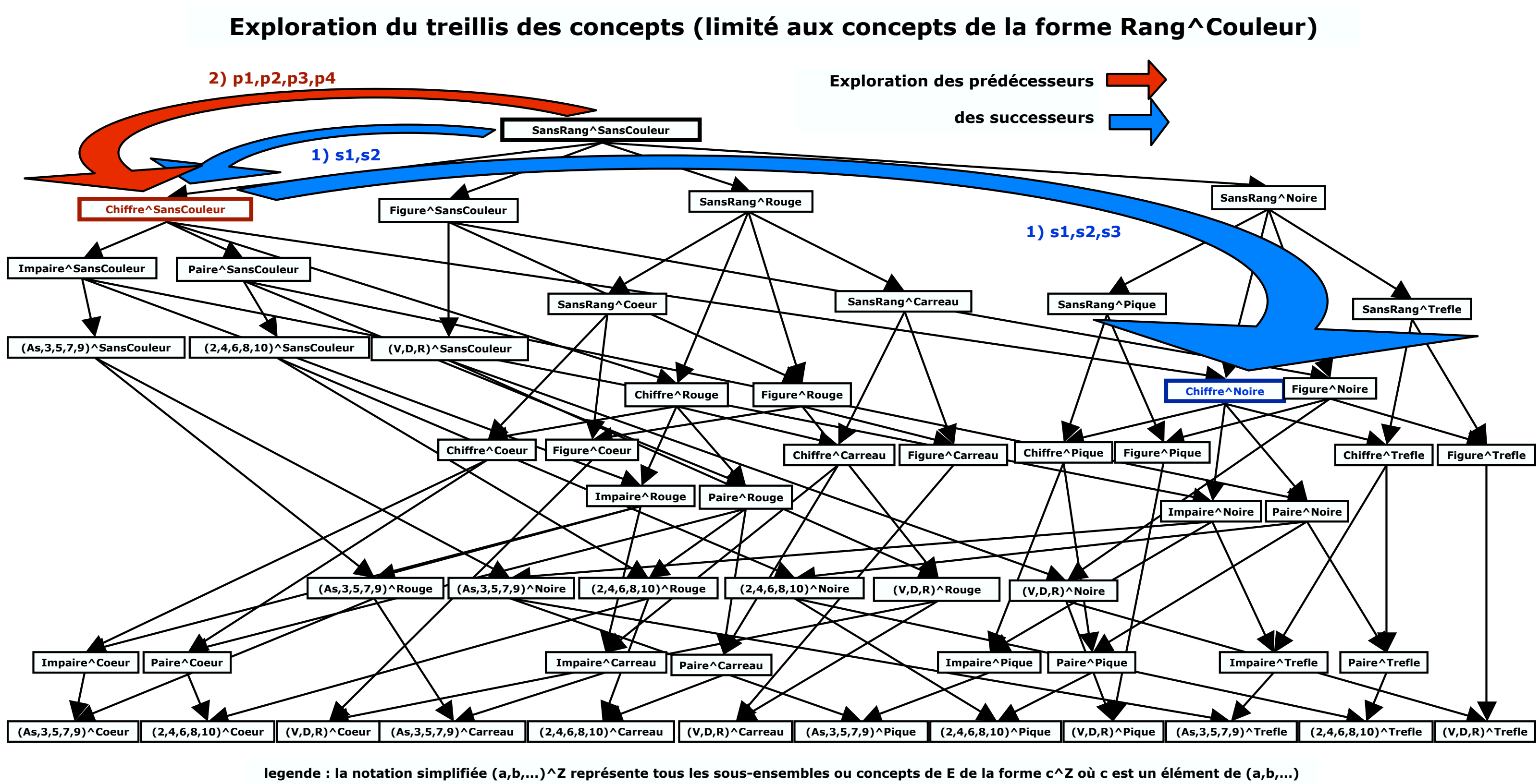


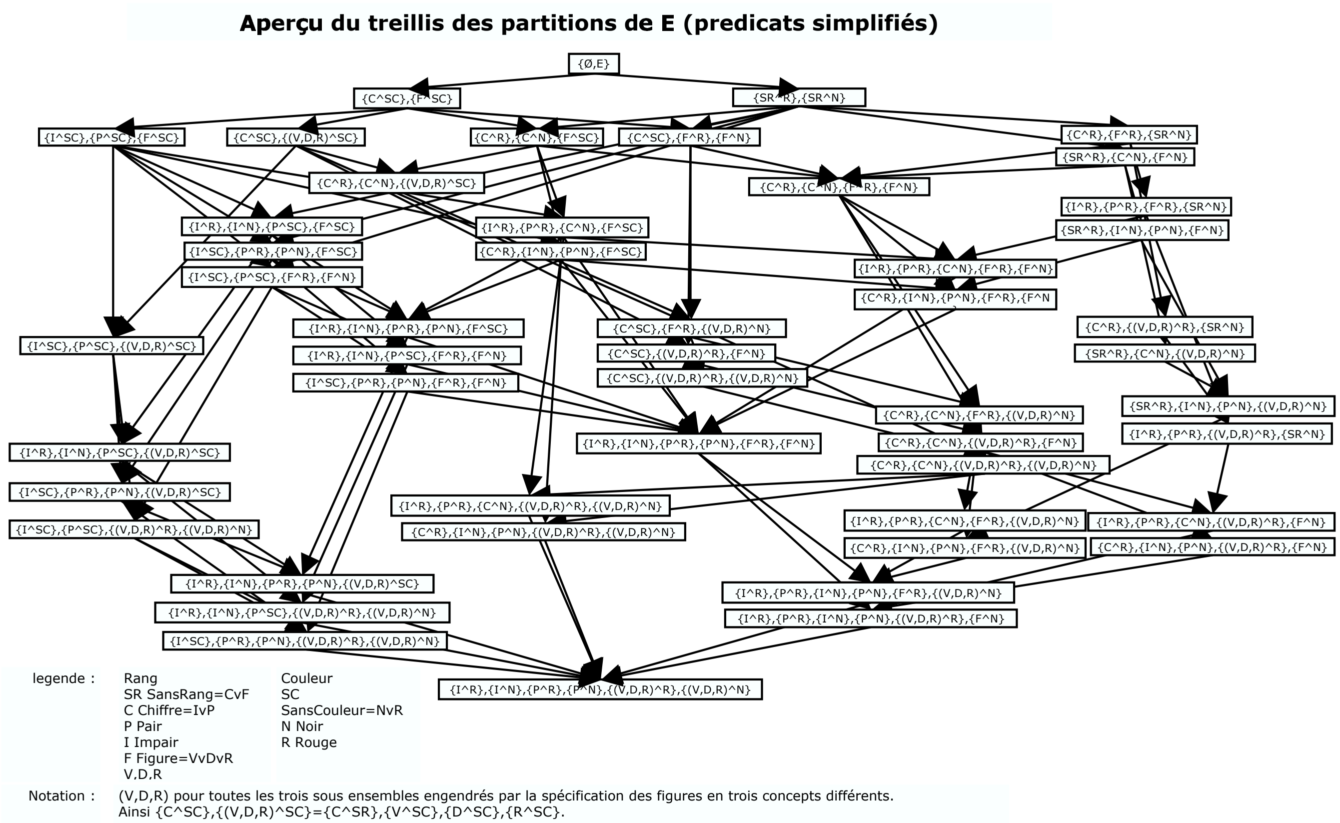
C.2 Découverte





Distances des théories et réfutations publiées par environnement et par joueur
distance à la loi
0
1000
2000
1
11
21
31
41
51
61
temps de jeu (minute)
j8,rj6
j2,rj8
j1,rj2
j5,rj6,j1,rj7
j6,rj10
j9
j10,rj6
j1
j9,rj1,j9
j8
j3,rj3,j3
j2
j9
j5,rj7,j5
j10
j2,rj1,j2
j6,rj1
j5
j2
j10
j3
j6
j9
j5
rj6
rj1
rj7
rj10
rj6
rj1
rj8
rj6
rj1
rj2
rj3


Exploration du treillis des concepts (limité aux concepts de la forme Rang^Couleur)
2) p1,p2,p3,p4
Exploration des prédécesseurs
des successeurs
1) s1,s2
1) s1,s2,s3
SansRang^SansCouleur
Chiffre^SansCouleur
Figure^SansCouleur
SansRang^Rouge
SansRang^Noire
Impaire^SansCouleur
Paire^SansCouleur
SansRang^Coeur
SansRang^Carreau
SansRang^Pique
SansRang^Trefle
(As,3,5,7,9)^SansCouleur
(2,4,6,8,10)^SansCouleur
(V,D,R)^SansCouleur
Chiffre^Rouge
Figure^Rouge
Chiffre^Noire
Figure^Noire
Chiffre^Coeur
Figure^Coeur
Chiffre^Carreau
Figure^Carreau
Chiffre^Pique
Figure^Pique
Chiffre^Trefle
Figure^Trefle
Impaire^Rouge
Paire^Rouge
Impaire^Noire
Paire^Noire
(As,3,5,7,9)^Rouge
(As,3,5,7,9)^Noire
(2,4,6,8,10)^Rouge
(2,4,6,8,10)^Noire
(V,D,R)^Rouge
(V,D,R)^Noire
Impaire^Coeur
Paire^Coeur
Impaire^Carreau
Paire^Carreau
Impaire^Pique
Paire^Pique
Impaire^Trefle
Paire^Trefle
(As,3,5,7,9)^Coeur
(2,4,6,8,10)^Coeur
(V,D,R)^Coeur
(As,3,5,7,9)^Carreau
(2,4,6,8,10)^Carreau
(V,D,R)^Carreau
(As,3,5,7,9)^Pique
(2,4,6,8,10)^Pique
(V,D,R)^Pique
(As,3,5,7,9)^Trefle
(2,4,6,8,10)^Trefle
(V,D,R)^Trefle
legende : la notation simplifiée (a,b,...)^Z représente tous les sous-ensembles ou concepts de E de la forme c^Z où c est un élément de (a,b,...)


Aperçu du treillis des partitions de E (predicats simplifiés)
{Ø,E}
{C^SC},{F^SC}
{SR^R},{SR^N}
{I^SC},{P^SC},{F^SC}
{C^SC},{(V,D,R)^SC}
{C^R},{C^N},{F^SC}
{C^SC},{F^R},{F^N}
{C^R},{F^R},{SR^N}
{SR^R},{C^N},{F^N}
{C^R},{C^N},{(V,D,R)^SC}
{C^R},{C^N},{F^R},{F^N}
{I^R},{P^R},{F^R},{SR^N}
{SR^R},{I^N},{P^N},{F^N}
{I^R},{I^N},{P^SC},{F^SC}
{I^R},{P^R},{C^N},{F^SC}
{I^SC},{P^R},{P^N},{F^SC}
{C^R},{I^N},{P^N},{F^SC}
{I^SC},{P^SC},{F^R},{F^N}
{I^R},{P^R},{C^N},{F^R},{F^N}
{C^R},{I^N},{P^N},{F^R},{F^N}
{I^R},{I^N},{P^R},{P^N},{F^SC}
{C^SC},{F^R},{(V,D,R)^N}
{C^R},{(V,D,R)^R},{SR^N}
{I^SC},{P^SC},{(V,D,R)^SC}
{I^R},{I^N},{P^SC},{F^R},{F^N}
{C^SC},{(V,D,R)^R},{F^N}
{SR^R},{C^N},{(V,D,R)^N}
{I^SC},{P^R},{P^N},{F^R},{F^N}
{C^SC},{(V,D,R)^R},{(V,D,R)^N}
{SR^R},{I^N},{P^N},{(V,D,R)^N}
{C^R},{C^N},{F^R},{(V,D,R)^N}
{I^R},{P^R},{(V,D,R)^R},{SR^N}
{I^R},{I^N},{P^SC},{(V,D,R)^SC}
{I^R},{I^N},{P^R},{P^N},{F^R},{F^N}
{C^R},{C^N},{(V,D,R)^R},{F^N}
{C^R},{C^N},{(V,D,R)^R},{(V,D,R)^N}
{I^SC},{P^R},{P^N},{(V,D,R)^SC}
{I^R},{P^R},{C^N},{(V,D,R)^R},{(V,D,R)^N}
{I^SC},{P^SC},{(V,D,R)^R},{(V,D,R)^N}
{C^R},{I^N},{P^N},{(V,D,R)^R},{(V,D,R)^N}
{I^R},{P^R},{C^N},{F^R},{(V,D,R)^N}
{I^R},{P^R},{C^N},{(V,D,R)^R},{F^N}
{C^R},{I^N},{P^N},{F^R},{(V,D,R)^N}
{C^R},{I^N},{P^N},{(V,D,R)^R},{F^N}
{I^R},{I^N},{P^R},{P^N},{(V,D,R)^SC}
{I^R},{P^R},{I^N},{P^N},{F^R},{(V,D,R)^N}
{I^R},{I^N},{P^SC},{(V,D,R)^R},{(V,D,R)^N}
{I^R},{P^R},{I^N},{P^N},{(V,D,R)^R},{F^N}
{I^SC},{P^R},{P^N},{(V,D,R)^R},{(V,D,R)^N}
{I^R},{I^N},{P^R},{P^N},{(V,D,R)^R},{(V,D,R)^N}
legende :
Rang
SR SansRang=CvF
C Chiffre=IvP
P Pair
I Impair
F Figure=VvDvR
V.D.R
Couleur
SC
SansCouleur=NvR
N Noir
R Rouge
Notation :
(V,D,R) pour toutes les trois sous ensembles engendrés par la spécification des figures en trois concepts différents.
Ainsi {C^SC},{(V,D,R)^SC}={C^SR},{V^SC},{D^SC},{R^SC}.